

Diagnoza kryzysu w matematycznym kształceniu dzieci oraz rekomendowane działania naprawcze

Dokument ten składa się z trzech części. W pierwszej syntetycznie przedstawiam fakty świadczące o poważnym kryzysie w edukacji matematycznej dzieci. W drugiej – szczegółowej – przytaczam wyniki badań pokazujące przyczyny i rozmiar tego kryzysu. W trzeciej części znajdują się rekomendowane działania, które trzeba niezwłocznie podjąć, żeby zmienić na lepsze matematyczne kształcenie dzieci w Polsce.

Cześć pierwsza.

Krótko o kryzysie w matematycznym kształceniu dzieci i jego konsekwencjach

Na podstawie analizy błędów popełnianych na maturze z matematyki w roku 2018 ustalono¹, że jedną z głównych przyczyn niepowodzeń w maturalnym teście jest zła jakość edukacji matematycznej już na poziomie edukacji wczesnoszkolnej. Wcześniej o niskim poziomie edukacji matematycznej dzieci informowały wyniki Ogólnopolskiego Badania Umiejętności Trzecioklasistów². Choćby z tego powodu trzeba poważnie zastanowić się nad przyczynami niskiej efektywności kształcenia matematycznego w klasach początkowych i podjąć odpowiednie działania naprawcze.

Są jednak inne, o wiele ważniejsze powody, dla których trzeba krytycznie rozpatrywać edukację matematyczną na poziomie wczesnoszkolnym.

Jednym z nich jest sposób traktowania dzieci obdarzonych zadatkami uzdolnień matematycznych w nauczaniu początkowym. Z przeprowadzonych badań wynika, że więcej niż połowa dzieci polskich – przed rozpoczęciem szkolnej edukacji - wykazuje się

¹ W Sprawozdaniu z egzaminu maturalnego. Matematyka 2018 w części Wnioski i rekomendacje (https://cke.gov.pl/images/EGZAMIN_MATURALNY_OD_2015/Informacje_o_wynikach/2018/sprawozdanie/Sprawozdanie%202018%20-%20Matematyka.pdf) podano... O niskim wyniku egzaminu z matematyki najczęściej decyduje brak sprawności rachunkowej, poważne problemy z poprawnym wykonywaniem obliczeń rachunkowych... Brak odpowiedniej sprawności rachunkowej, niezajomość praw i własności działań, nieuwaga prowadząca do błędów przy obliczeniach, także nieskomplikowanych, jest najczęstszą przyczyną niepowodzeń zdających maturę z matematyki. Jest to szczególnie widoczne w przypadku zadań wieloetapowych, wymagających dobrania strategii rozwiązania składającej się z kilku kroków.

² Por. *Ogólnopolskie Badanie Umiejętności Trzecioklasistów Raport OBUT 2013* (red. A. Pregler, Instytut Badań Edukacyjnych, Warszawa 2013). Na s. 7 tego raportu podana jest informacja: średni wynik ucznia piszącego test matematyczny wyniósł 10,62 punktu na 18 możliwych. W *Raporcie z ogólnopolskiego badania umiejętności trzecioklasistów OBUT^m 2014* (także opracowany w Instytucie Badań Edukacyjnych) na s.7 znajduje się informacja – średni wynik trzecioklasisty biorącego udział w badaniach wynosi w zakresie matematyki 7,9 punktu na 14 możliwych.

uzdolnieniami do nauki matematyki, a co czwarte wysokim stopniem zadatków takich uzdolnień. Po kilku miesiącach nauki w szkole większość tych dzieci przestaje manifestować swoje znakomite możliwości umysłowe. Powodem jest spychanie tych dzieci do poziomu przeciętnych uczniów. W następnych latach szkolnej edukacji tendencja ta nasila się do tego stopnia, że tylko dwoje, troje starszych uczniów w klasie wykazuje się uzdolnieniami matematycznymi.

Ponieważ nie sposób przejść obojętnie obok takiego marnowania możliwości umysłowych dzieci, szczegółową część tego dokumentu rozpoczynam od podania wyników badań naukowych, które ujawniły mechanizm złego traktowania w edukacji wczesnoszkolnej dzieci obdarzonych zadatkami uzdolnień matematycznych. Natomiast w ostatniej części tego dokumentu przedstawię działania, które należy podjąć dla zmiany na lepsze szkolnych losów dzieci z zadatkami uzdolnień matematycznych.

Następny wskaźnik poważnego kryzysu w edukacji matematycznej to **rozmiary niepowodzeń dzieci w nauce matematyki. Z przeprowadzonych badań wynika, że co czwarte dziecko rozpoczynające naukę zepchnięte jest na ścieżkę niepowodzeń w nauce matematyki ze wszystkimi konsekwencjami.** Od ponad trzydziestu lat publikowane są przyczyny i konsekwencje tego edukacyjnego nieszczęścia. Ustalenia są ignorowane, a wprowadzane zmiany przez kolejne władze oświatowe w systemie kształcenia uczniów i nauczycieli nauczania początkowego pogłębiają rozmiary tych niepowodzeń.

Na tym nie koniec, gdyż **w klasach czwartych - gdy edukacją matematyczną uczniów zajmują się już nauczyciele matematyki - mamy do czynienia z kolejną falą niepowodzeń w nauce matematyki.** Powodem są niedostatki w kształceniu nauczycieli matematyki w zakresie pedagogicznych i psychologicznych podstaw kształtowania wiadomości i umiejętności matematycznych. Konsekwencją jest rozbieżność pomiędzy sposobem nauczania matematyki a realnymi możliwościami umysłowymi uczniów.

W szczegółowej części tego dokumentu podam wyniki badań uzasadniające te stwierdzenia. W trzeciej części przedstawię działania naprawcze w odnośnie zmniejszenia liczby uczniów z niepowodzeniami w nauce matematyki.

Stale obniżanie jakości matematycznego kształcenia w klasach początkowych to kolejny wskaźnik kryzysu edukacji matematycznej dzieci. Przyczyniają się do tego decyzje najwyższych władz oświatowych, a mianowicie:

- powierzanie wybranym osobom opracowywanie nieodpłatnych podręczników dla dzieci, bez obowiązku sprawdzenia ich wartości edukacyjnej poprzez przetestowanie ich w szkole;

- odstąpienia od zasady recenzowania³ autorskich programów edukacyjnych, książek metodycznych dla nauczycieli i pakietów edukacyjnych dla dzieci⁴.

Konsekwencją tych decyzji są poważne błędy merytoryczne w programach edukacyjnych, w publikacjach dla dzieci i nauczycieli zwłaszcza w zakresie edukacji matematycznej. Roi się też od takich błędów⁵ na stronach matematycznych *Naszego elementarza* rekomendowanego osobiście przez Ministra Edukacji Narodowej.

Recenzowanie książek metodycznych, podręczników i pakietów edukacyjnych jest konieczne choćby z tego powodu, że słabo wykształceni nauczyciele nieudolnie odczytują zapisy w podstawie programowej i nie dostrzegają błędów w pakietach edukacyjnych. Z tych samych powodów preferują tzw. *gotowce* - w tym scenariusze zajęć i karty pracy - które mogą realizować na zajęciach z dziećmi *kartka po kartce*. Wydawnictwa oświatowo masowo je drukują schlebając nauczycielom o niskich kompetencjach zawodowych⁶. Zależy im na zysku i nie ma dla nich znaczenia, że przekłada się to na obniżanie poziomu matematycznego kształcenia dzieci w przedszkolach i w szkołach.

Sprowadzanie edukacji matematycznej do *przerabiania z uczniami* zadań z zeszytów ćwiczeń lub z kart pracy jest tak powszechne, że nazwano to *papierową matematyką*. Nauczyciele pokochali *papierową matematykę*, gdyż nie muszą przygotowywać się do zajęć z dziećmi i troszczyć się o pomoce dydaktyczne. Wystarczy rozdać dzieciom karty pracy lub polecić otworzyć zeszyty ćwiczeń na właściwej stronie, przeczytać im zadanie i... dopilnować żeby wpisały w odpowiednie miejsce właściwą liczbę lub znaki działań i relacji.

Niszczące skutki *papierowej matematyki* są wyostrzone przez mankamenty kształcenia nauczycieli, zwłaszcza w zakresie edukacji matematycznej. Ponieważ nauczyciele nie potrafią ocenić wartości edukacyjnej podręczników i pakietów edukacyjnych dla dzieci, bezkrytycznie przyjmują - że *muszą być dobre*, wszak są wydawane i polecane przez wiodące wydawnictwa szkolne. Umyka im to, że *gotowce* te są produkowane przez te wydawnictwa z chęci szybkiego zysku, z pomięciem recenzowania przez osoby kompetentne w edukacji matematycznej dzieci.

Mamy więc do czynienia z paradoksalną sytuacją – wydawnictwa szkolne decydują o tym, jak i czego z matematyki uczy się większość dzieci w Polsce. Na dodatek władze oświatowe tego nie kontrolują. Zasygnalizowane tu *złe praktyki* są na tyle poważne,

³ Złożoność edukacji wczesnoszkolnej sprawia, że książki metodyczne, programy i pakiety edukacyjne muszą być recenzowane przez zespoły złożone z osób znających problemy początkowej nauki pisania i czytania, edukacji matematycznej, wychowania fizycznego i zdrowotnego itd. Powierzenie recenzji osobom o ogólnym wykształceniu pedagogicznym jest nieporozumieniem.

⁴ W skład pakietów edukacyjnych dla dzieci wchodziły podręczniki, zeszyty ćwiczeń i karty pracy.

⁵ Chodzi o darmowy podręcznik *Nasz elementarz* opracowany w konwencji nauczania zintegrowanego. W części szczegółowej podam przykłady tych błędów i określeń zamęć, jakie wprowadziły one w dziecięcą logikę.

⁶ Niektóre wydawnictwa oświatowe stosują następujący chwyt marketingowy: oferują (za darmo) nauczycielom plany zajęć (trzeba je tylko wkleić do dziennika). Do każdego tematu w planie zajęć podany jest wykaz zadań z np. zeszytu ćwiczeń, oczywiście publikowanych przez te wydawnictwa. Nauczyciel musi rozwiązać z dziećmi zadania z tego zeszytu dzień po dniu, przez cały rok, wszak ich rodzice zapłacili za ten zeszyt.

że wymagają podania faktów i szerszego merytorycznego uzasadnienia. Zawarłam je w części drugiej - szczegółowej - tego dokumentu, a rekomendowane działania w trzeciej jego części.

Do znacznego obniżenia poziomu matematycznego kształcenia dzieci przyczynia się też realizowanie edukacji matematycznej w systemie zintegrowanego nauczania. Pozwala to nauczycielom bezkarnie znacząco skracać czas przeznaczony na kształtowanie zarysów pojęć i umiejętności matematycznych w klasach początkowych. Zaś integrowanie wszystkiego ze wszystkim utrudnia dzieciom matematyzację sytuacji przedstawianych w zadaniach z treścią. W części drugiej tego dokumentu podam tego przykłady, a w części trzeciej omówię działania naprawcze.

Wiele złego w edukacji matematycznej dzieci spowodował podręcznik *Nasz elementarz* rekomendowany osobiście przez Ministra Edukacji Narodowej z nakazem, aby nauczyciele korzystali z niego przez 3 lata. Pominięto tam **konieczność wspomagania dzieci w rozwoju operacyjnego rozumowania w sensie J. Piageta**, chociaż od bodaj ćwierć wieku wiadomo że na rozumowaniach tych bazuje edukacja matematyczna. Zaś różnice w tempie rozwoju umysłowego sprawiają, że co trzeci uczeń nie rozumuje jeszcze na poziomie operacji konkretnych. Jest to jeden z głównych powodów niepowodzeń w nauce matematyki.

Ponadto na stronach matematycznych tego podręcznika znajdują się:

- zalecenia sprawiające, że **przez więcej niż pół roku nauki szkolnej ogranicza się uczniom zakres liczenia najpierw do 10 potem do 20.** Konsekwencją tego dzieci liczące w szerszym zakresie uczą się tego, co już dawno potrafią i tracąc zainteresowanie działalnością matematyczną. Natomiast dzieci ze słabo opanowaną nie mają szans dostrzec regularności dziesiętkowego systemu liczenia, co przekłada się na niepowodzenia w dalszej edukacji matematycznej;

- zalecenia wprowadzające **zamęt logiczny i merytoryczny w kształtowaniu zarysów pojęć liczbowych. Zaburza to dziecięce poczucie sensu, bodaj najważniejszego nośnika inteligencji.** W jednym ciągu dziecięcego rozumowania miesza się logikę kształtowania pojęć liczbowych z logiką kształtowania pomiaru czasu oraz logiką umownej wartości pieniędzy. Dodam, że zasygnalizowany zamęt logiczny występuje na wielu stronach matematycznych *Naszego elementarza*.

Zasygnalizowane błędy merytoryczne są groźne z tego powodu, że nauczyciele traktują je, jako poprawne wskazówki metodyczne i – w dobrej wierze – korzystają z nich w matematycznej edukacji dzieci. Wszak *Nasz elementarz* rekomendował osobiście Minister Edukacji Narodowej. W części szczegółowej podaję szczegółowe wyjaśnienia dotyczące wymienionych błędów merytorycznych *Naszego elementarza* i uzasadniam konieczność wycofania tego podręcznika z edukacji szkolnej w klasie I.

Część druga, szczegółowa

Wyniki badań potwierdzające wymienione wskaźniki kryzysu edukacji matematycznej dzieci

1. O rozmiarach i konsekwencjach marnowania zadatków uzdolnień matematycznych dzieci. Wyniki badań przeprowadzonych w Polsce

Nim przedstawię wyniki badań⁷ dotyczących dzieci obdarzonych zadatkami uzdolnień matematycznych, kilka ustaleń terminologicznych. Uzdolnienia matematyczne są częścią szerszych uzdolnień, dzięki którym osiąga się ponad zwyczajne sukcesy w naukach ścisłych. To, że dzieci wcześniej manifestują zadatki tych uzdolnień w działalności matematycznej jest prowadzenie edukacji matematycznej już w wychowaniu przedszkolnym.

W jakim kierunku owe zadatki rozwiną się zależy jednak od okoliczności. Na przykład – gdy dziecko będzie wspólnie z ojcem naprawiać motocykl, zafascynuje się mechaniką i w tym kierunku rozwinię swoje uzdolnienia. Jeżeli rodzice zabiorą dziecko do *Centrum Nauki „Kopernik”* i zachwyci się regularnościami galaktyki, przy sprzyjających warunkach zostanie wybitnym astronomem. Do odnoszenia sukcesów w tych i innych dziedzinach nauk ścisłych potrzebne są strategie umysłowe podobne do tych, które dziecko rozwija w działalności matematycznej. Oznacza to, że dbając o rozwój zadatków matematycznych u dzieci zwiększy się też liczbę maturzystów podejmujących studia w zakresie nauk ścisłych i technicznych.

Przejdźmy do wyników badań nad zadatkami uzdolnień matematycznych u dzieci. Zacząć trzeba od tego, że powszechnie przyjmuje się, że tuż przed maturą uzdolnieniami matematycznymi wykazuje się od 8 do 12% uczniów⁸. Odnośnie dzieci uważano dotąd, że zbyt mało potrafią z matematyki, aby się nimi wykazywać. Zaś zadziwiającą łatwość uczenia się matematyki niektórych dzieci łączono ich ogólną inteligencją.

W badaniach nad rozpoznawaniem i oszacowaniem liczby dzieci z zadatkami uzdolnień matematycznych odrzuciłam te założenia. Analizując zjawisko niepowodzeń w nauce matematyki⁹ ustaliłam bowiem, że doznawały ich zarówno dzieci o wysokich, jak i niskich możliwościach intelektualnych mierzonych skalami inteligencji.

⁷ Znajdują się w publikacji *O dzieciach matematycznie uzdolnionych. Książka dla rodziców i nauczycieli*, red. E. Gruszczyk-Kolczyńska, Wydawnictwo Nowa Era, Warszawa 2012, rozdziały części pierwszej.

⁸ Por. W. Limond, *Uczeń zdolny. Jak go rozpoznać i jak z nim pracować*, Gdańskie Wydawnictwo Psychologiczne, Gdańsk 2005, s. 18.

⁹ W przypisach umieszczonych pod dolnymi marginesami w części szczegółowej tego dokumentu wymieniam publikacje, w których przedstawione są wyniki badań naukowych określające rozmiary niepowodzeń w nauce matematyki.

Dostrzegałam też, że zadziwiająco dużo starszych przedszkolaków wyróżniało się cechami umysłowymi podobnymi do tych, które Krutiecki¹⁰ swego czasu uznał za wskaźniki uzdolnień matematycznych u starszych uczniów. Dzieci te:

- ✓ z łatwością nabywały umiejętności i wiadomości matematyczne;
- ✓ wcześniej osiągały poziomu operacji konkretnym (w sensie J. Piageta), wykazując się imponującą precyzją rozumowania;
- ✓ dysponowały zadziwiającym poczuciem sensu w sytuacjach, które wymagają liczenia i rachowania, porządkowania, ustalania zależności itp.;
- ✓ potrafiły zadziwiająco długo mozolić się rozwiązując zadania matematyczne, nie bacząc na zmęczenie;
- ✓ wykazywały się giętkością myślenia. Jeżeli sposób rozwiązania zadania okazywał się nieskuteczny, przechodziły (przestrajały się) na inny;
- ✓ wykazywały się twórczym nastawieniem do działalności matematycznej. Same wyszukiwały sytuacje i układały zadania, w których trzeba liczyć, rachować, mierzyć.

Ponieważ dostępne narzędzia diagnostyczne nie uwzględniały wymienionych cech umysłów dzieci, skonstruowałam autorską koncepcję oraz metody diagnozowania zadatków uzdolnień matematycznych¹¹. Potem zastosowałam ją do rozpoznawania zadatków uzdolnień matematycznych u 193 starszych przedszkolaków i uczniów w I klasie szkoły podstawowej.

Na podstawie uzyskanych wyników podzieliłam badane dzieci na dwie grupy. Do pierwszej – liczącej 1/3 badanych – zaliczyłam dzieci, które charakteryzowały się niższymi kompetencjami od rówieśników w rozumowaniu i w zakresie tego, co potrafiły matematyki. Pozostałe dzieci – 2/3 badanych – zdecydowanie lepiej rozumowały oraz dysponowały co najmniej przeciętnym poziomem wiedzy i umiejętności matematycznych. Sporo dzieci z tej grupy wykazywało się wcześniej wymienionymi cechami umysłu.

W oszacowaniu liczby dzieci z zadatkami uzdolnień matematycznych przyjąłm następującą regułę – jeżeli badane dziecko wykazuje się wysokimi w jednym zakresie edukacji matematycznej oznacza to, że:

- precyzyjne rozumuje oraz wie i umie z matematyki więcej od rówieśników w tym zakresie edukacji;

¹⁰ Dlatego w rozpoznawaniu zadatków uzdolnień matematycznych u dzieci wzorowałam się na koncepcji W.A. Krucieckiego (*Psychologia matematycznych sposobności szkolników* (Izdatelstwo „Proswieszczenie”, Moskwa 1968) i jego modelu uzdolnień matematycznych starszych uczniów. Dodam, że Krutiecki także badał niepowodzenia w nauce matematyki (*O niekatorych osobiennostiach myszenija małosposobnych k'matematike*, „Woprosy Psychologii”1961, nr 5) i miały one wpływ na przyjęte przez niego założenia w badaniu uzdolnień matematycznych starszych uczniów.

¹¹ Znajdują się w merytorycznym raporcie z cytowanych już badań (*Rozpoznawanie i wspomaganie rozwoju uzdolnień do uczenia się matematyki u starszych przedszkolaków i małych uczniów*, projekt nr. R17006 03) zatytułowanym *Wiadomości i umiejętności oraz zarysowujące się uzdolnienia matematyczne starszych przedszkolaków i małych uczniów. Podręcznik, narzędzia diagnostyczne oraz wskazówki do wspomaganie rozwoju umysłowego i edukacji uzdolnionych dzieci*, red. E. Gruszczyk-Kolczyńska, jest do wglądu w Akademii Pedagogiki Specjalnej. W raporcie tym znajdują się informacje o procedurach konstruowania i ustaleniach diagnostycznych metod rozpoznawania zadatków uzdolnień matematycznych u dzieci.

- charakteryzuje się wysoką podatnością na uczenia się oraz wykazuje się poczuciem sensu i krytycznym rozumowaniem;
- samodzielnie układa zadania matematyczne wykazując się twórczą postawą w działalności matematycznej.

Jeżeli dziecko wykazuje się takimi cechami umysłu w jednym zakresie działalności matematycznej, zapewne jest to możliwe, także w innych zakresach¹². **Kierując się tymi kryteriami ustaliłam, że ponad połowa badanych dzieci spełnia te kryteria, wykazuje się zadatkami uzdolnień matematycznych. W tej grupie jest tyle samo dziewcząt i chłopców.** Oznacza to, że nasze dzieci są zadziwiająco często obdarzane zadatkami uzdolnień matematycznych.

W tej grupie były też dzieci wykazujące się wysokim poziomem wiadomości i umiejętności oraz wspaniałymi cechami umysłów w 10 na 13 analizowanych obszarów działalności matematycznej. Przyjęłam¹³ więc – **gdy dziecko wykazuje się wysokimi kompetencjami i takimi cechami umysłu w 5 i więcej zakresach działalności matematycznej, można je uznać za wybitnie uzdolnione matematyczne.** Ile starszych przedszkolaków i małych uczniów jest obdarzonych wybitnymi zadatkami uzdolnień matematycznych?

Pięciolatki: zadatki uzdolnień matematycznych wyraziście zarysowują się w piątym roku życia dziecka, zaś zadatkami wybitnych uzdolnień wykazuje się co piąte badane dziecko. Mimo to, nauczyciele są przekonani że pięciolatki niewiele potrafią z matematyki, dlatego nie można w ogóle mówić o zadatkach uzdolnień matematycznych dzieci w tej grupie wiekowej.

Sześciolatki: co czwarte badane dziecko wykazuje się wysokimi kompetencjami w 5-ciu i więcej zakresach działalności matematycznej. Jest to optymalny czas ujawniania przez dzieci zadatków uzdolnień matematycznych. Dodam, że ustalenia te dotyczą dzieci objętych wychowaniem przedszkolnym.

Siedmiolatki i ośmiolatki: dzieci uczęszczające do szkoły zdecydowanie rzadziej manifestują swoje uzdolnienia matematyczne bo tylko co ósme badane dziecko wykazało się wysokimi kompetencjami w 5 i więcej zakresach działalności matematycznej! Przypomnę, że w grupie dzieci przed rozpoczęciem nauki szkolnej, co czwarte manifestowało zadatki takich uzdolnień matematycznych.

¹² Trudno bowiem wyobrazić sobie żeby np. Krzysiek wykazywał się poczuciem sensu odnośnie liczenia i jednocześnie tracił to poczucie w rachowaniu, w mierzeniu długości itp.

¹³ Dodatkowym argumentem było to, że w grupie badanych czterolatek było dwoje dzieci wykazało się wysokimi kompetencjami aż w 5 i 6 zakresach działalności matematycznej, dorównując w tym dzieciom o wiele starszym. Uznałam więc, że jeżeli czterolatki potrafią wykazać się takimi osiągnięciami, zapewne jest to możliwe, także w piątym, szóstym, siódmym i ósmym roku życia. Trzeba tu wyjaśnić, że szukając zadatków uzdolnień matematycznych u czterolatek kierowałam się ustaleniami inteligencji wielorakiej. H. Gardner (*Inteligencje wielorakie. Nowe horyzonty w teorii i praktyce*, Wydawnictwo Larum, Warszawa 2009) ustalił bowiem, że wysokie uzdolnienia – także matematyczne – mogą manifestować dzieci bardzo wcześnie, nawet w piątym roku życia. Uznałam, że oprócz pięciolatek, warto objąć badaniami, także dzieci w czwartym roku życia.

Dodam, że badania te prowadziłam w kwietniu, a więc w ósmym miesiącu nauki szkolnej. Analiza funkcjonowania badanych uczniów klasy I wykazała także, że są mniej krytyczni, mniej odważni w samodzielnym układaniu zadań i nie wykazują się już takim zaangażowaniem w działalności matematycznych. Częściej też oczekują pomocy w rozwiązywaniu zadań matematycznych i słabiej reagują też na absurdalności w sytuacjach zadaniowych.

**Co sprawia, że już po kilku miesiącach nauki w szkole
dzieci z zadatkami uzdolnień matematycznych
przestają manifestować swoje wybitne możliwości umysłowe**

Żeby to wyjaśnić obserwowałam i analizowałam funkcjonowanie dzieci w klasie I. Stwierdzam, że w pierwszych tygodniach nauki w szkole są one podane silnej socjalizacji¹⁴. Jej przebieg wyznaczają cechy systemu klasowo-lekcyjnego, w którym **preferuje się uczniów przeciętnych**. Chcąc sprostać tym oczekiwaniom dzieci – z całych swych sił – starają się upodobnić do wzorca przeciętnego ucznia, gdyż daje to im poczucie bezpieczeństwa.

Problem w tym, że dzieci z zadatkami uzdolnień matematycznych z wielkim trudem dostosowują się do tego wzorca ze względu na wymienione wcześniej cechy swojego umysłu i na to, co już wiedzą i potrafią z matematyki. Dlatego od pierwszego tygodnia nauki szkolnej sprawiają nauczycielom sporo kłopotów gdyż:

- zadają zbyt wiele dociekliwych pytań, dopominając się o odpowiedzi nie bacząc na to, że przerywają nauczycielowi prowadzenie zajęć;
- wiedzą i potrafią z matematyki zdecydowanie więcej niż rówieśnicy, pokazują to nauczycielowi i rówieśnikom wrywając się do odpowiedzi;
- z nudów przeszkadzają innym dzieciom i nauczycielowi;
- nie potrafią powstrzymać się od krytycznych uwag, gdy szkolne zadania matematyczne wydają się im banalne lub wadliwie skonstruowane.

Z tych powodów dzieci te są przez nauczycieli zbyt często pouczane, nadmiernie strofowane i przywoływane *do porządku*. Na dodatek rodzice uzdolnionych dzieci z reguły podtrzymują stanowisko nauczyciela i przymuszają je do tego, aby były w szkole grzeczne, a więc przeciętne.

Efektom tej zmasowanej presji społecznej jest to, że uzdolnione matematycznie dzieci już po kilku miesiącach nauki w szkole przestają manifestować swoje znakomite możliwości umysłowe. Towarzyszy temu niszczący proces rozleniwiania umysłów dzieci z zadatkami uzdolnień matematycznych i radości z działalności matematycznej. Niestety, nie sposób tego wszystkiego naprawić w następnych latach szkolnej edukacji.

¹⁴ W samej socjalizacji nie ma nic złego: gdy dzieci szybko wejdą w rolę ucznia, mniej jest kłopotów wychowawczych i edukacyjnych. Groźne jest to, że socjalizacja niepotrzebnie rozciąga się na funkcjonowanie intelektualne, przymuszając do przeciętności.

Konieczność uwzględniania okresów szczególnej wrażliwości dzieci na rozwijanie zadatków uzdolnień matematycznych

Sprawą kluczową we wspomaganiu dzieci w rozwijaniu zadatków uzdolnień matematycznych jest respektowanie *okresów szczególnej wrażliwości na nabywanie wiadomości i umiejętności matematycznych*. Z przedstawionych badań wynika, że **pierwszy taki okres przypada na ostatni rok wychowania przedszkolnego i początek edukacji szkolnej**. Jeżeli w tym okresie życia dzieci nie rozwija się i nie pielęgnuje zarysowujących się już uzdolnień matematycznych - marnieją i nie da się tego odrobić w następnych latach edukacji szkolnej¹⁵. Na styku edukacji w przedszkolu – i w klasie I takich strat jest najwięcej.

Kolejny okres krytyczny rozwijania uzdolnień matematycznych przypada na czas, gdy uczniowie rozpoczynają naukę w klasie IV, gdy ich edukacją matematyczną zaczyna kierować nauczyciel matematyki. W zasadniczy sposób zmienia się wówczas sposób kształtowania wiadomości i umiejętności matematycznych.

Nawet dla zdolnych uczniów zmiany te bywają tak trudne emocjonalne, że tracą wiarę we własne możliwości umysłowe. Jeżeli uczniowie ci zaczynają doznawać niepowodzeń w nauce matematyki, przestają z własnej woli zajmować się działalnością matematyczną.

Kolejne okresy krytyczne rozwijania uzdolnień matematycznych mają miejsce, gdy uczniowie kończą poprzednie i zaczynają następne etapy edukacji szkolnej. Są spowodowane coraz mniejszą dbałością nauczycieli o dopasowane nauczania matematyki do możliwości umysłowych uczniów. Skutkiem tego w klasach starszych tylko nieliczni uczniowie manifestują swoje uzdolnienia matematyczne.

Problem dzieci z zadatkami uzdolnień matematycznych jest tak ważny społecznie, że trzecią część tego dokumentu zaczynam od przedstawienia działań, które trzeba koniecznie wprowadzić w edukacji szkolnej.

2. O niepowodzeniach w nauce matematyki. Co sprawia, że co czwarte dziecko jest zepchnięte na ścieżkę niepowodzeń w nauce matematyki w klasach początkowych

Podstawą ustaleń zawartych w tej części tego dokumentu są wyniki badań, które prowadzę od prawie 40 lat i publikuję ich wyniki¹⁶. W badaniach tych ustaliłam, że główną

¹⁵ Szersze uzasadnienie znajduje się w cytowanej publikacji *O Dzieciach matematycznie uzdolnionych...* rozdział 7 w części pierwszej i rozdział 1 w części piątej.

¹⁶ Do ważniejszych należą E. Gruszczyk-Kolczyńska E., *Niepowodzenia w uczeniu się matematyki u dzieci z klas początkowych. Diagnoza i terapia* (Zeszyty Naukowe Uniwersytetu Śląskiego nr 553, Katowice 1985) oraz *Dzieci ze specyficznymi trudnościami w nauce matematyki. Przyczyny, diagnoza, zajęcia korekcyjno-wyrównawcze* (WSiP, Warszawa 1992, publikacja ta ma 13 wydań i weszła do spisu lektur obowiązujących studentów pedagogiki wczesnoszkolnej). Do ważniejszych artykułów zawierające omówienie tych problemów należą E. Gruszczyk-Kolczyńska, *Dojrzałość operacyjnego rozumowania na poziomie konkretnym jako warunek*

przyczyną jest rozbieżność pomiędzy tym, jak rozumują, co wiedzą i potrafią dzieci rozpoczynające naukę w klasie I, a wymaganiami stawianymi im od początku pobytu w szkole. Dotyczy to głównie:

- umiejętności liczenia z respektowaniem z regularności dziesiętkowego systemu liczenia oraz sprawności rachunkowych, które umożliwią zapisywanie i rozwiązywanie działań na poziomie symbolicznym;
- operacyjnego rozumowania na poziomie konkretnym (w sensie J. Piageta) w zakresie potrzebnym do kształtowania zarysów pojęć liczbowych, umiejętności rachunkowych i rozumienia sensu pomiaru;
- odporności emocjonalnej i zdolności do wysiłku intelektualnego w sytuacjach trudnych oraz układania i rozwiązywania zadań matematycznych.

Jeżeli dziecko nie dysponuje takimi kompetencjami, nie potrafi sprostać oczekiwaniom stawianym mu w już pierwszych tygodniach nauki szkolnej. Dlatego niski poziom tych kompetencji zalicza się do pierwotnych przyczyn niepowodzeń w nauce matematyki i traktowane są jako wyznaczniki dojrzałości dzieci do nauki matematyki w szkole.

Ustalenia te są znane od ponad ćwierć wieku za sprawą wielu publikacji dotyczących tej kwestii¹⁷. Mimo to, w poradniach pedagogiczno-psychologicznych oraz w przedszkolach nadal stosowane są procedury i metody ustalania dojrzałości szkolnej¹⁸, które nie kontrolują, czy dzieci dysponują wymienionymi kompetencjami. Dzieje się tak od lat, chociaż wiadomo, że każde dziecko które takich kompetencji nie posiada, doznaje niepowodzeń w nauce matematyki.

Jak powstają blokady w uczeniu się matematyki i dlaczego tak trudno pomóc dzieciom zepchniętym na ścieżkę niepowodzeń

U dzieci, które nie mają ukształtowanej dojrzałości do uczenia się matematyki w szkole, szybko pojawiają się blokady w nauce matematyki. Dzieje się to w taki sposób:

- każdego dnia pobytu w szkole dzieci te widzą, jak ich rówieśnicy (rozumujący już operacyjnie na poziomie konkretnym w zakresie potrzebnym do kształtowania zarysów pojęć matematycznych, z dobrze opanowanymi umiejętnościami liczenia i rachowania) są chwaleni i dostają *słoneczka* lub inne symbole szkolnych sukcesów;
- ponieważ dzieci z niepełną dojrzałością, także chcą otrzymać takie wyróżnienia powtarzają wypowiedzi tamtych dzieci chociaż nie rozumieją ich sensu, ucząc się

efektywnego uczenia się matematyki przez dzieci klas początkowych („Psychologia Wychowawcza” 1986, nr 2), *Emocjonalne uwarunkowania uczenia się matematyki na poziomie klas początkowych* („Wiadomości Matematyczne” XXVII 1989), *Przecenione możliwości. Przekonanie, że uczniowie klasy IV, V i VI potrafią rozumować operacyjnie na poziomie formalnym jest głównym grzechem nauczycieli matematyki* („Matematyka. Czasopismo dla nauczycieli” 2013 nr 2), *O kryzysie edukacji matematycznej dzieci. Rozpaczliwe wołanie o działanie naprawcze*, „Matematyczna edukacja dzieci” 2016, nr 1) i inne.

¹⁷ Omawiam je w publikacjach wymienionych w poprzednim przypisie.

¹⁸ Niektórzy zamiast sformułowania *dojrzałość dzieci do nauki szkolnej* stosują określenie *gotowość dzieci do nauki szkolnej*.

zastępować swoje rozumowanie cudzymi wnioskami i ukrywać przed nauczycielem, że *nie potrafią*. W domu wymuszają tak daleko idącą pomoc, że dorośli wykonują to, co zostało zadane.

Takie funkcjonowanie powoduje **blokadę w uczeniu się matematyki**. Zamiast gromadzić doświadczenia logiczne i matematyczne, dzieci te całą swoją energię zużywają na to, żeby zdobyć gotowe rozwiązanie zadania i ukryć przed nauczycielem, że nie potrafią sprostać jego oczekiwaniom. **Przestają korzystać z edukacji matematycznej organizowanej w szkole i bardzo trudno im pomóc.**

Konsekwencją takiej blokady jest narastanie mechanizmów obronnych w formie niechęci do działalności matematycznej, zniszczonej samooceny, utraty motywacji do nauki oraz niechęci do wysiłku umysłowego.

Na początku dotyczy to edukacji matematycznej, a potem mechanizmy obronne dosłownie *rozlewają się* na inne obszary edukacji szkolnej, w których wymaga się wysiłku intelektualnego. Powoduje to drastyczne zmniejszenie doświadczeń logicznych gromadzonych przez ucznia i zwolnienie tempa jego rozwoju intelektualnego.

Opisane nieszczęścia są udziałem, co czwartego dziecka. Różny jest jedynie czas i nasilanie manifestowania mechanizmów obronnych u jednych dzieci ma to już miejsce już w pierwszych miesiącach nauki szkolnej, u innych w klasie II i III lub dopiero w klasie IV. Ale początek tego niszczącego procesu zaczyna się już w pierwszych miesiącach nauki szkolnej, gdy jeżeli nie zadba się o to, aby dzieci osiągnęły w przedszkolu dojrzałość do uczenia się matematyki w szkole. Tak było, tak jest i będzie, jeżeli nie podejmie się odpowiednich działań naprawczych. Przedstawię je w trzeciej części tego dokumentu.

3. Więcej zła niż pożytku przynosi realizowanie edukacji matematycznej w systemie zintegrowanego kształcenia. Czyli o pilnej potrzebie wydzielenia matematycznego kształcenia dzieci z tego systemu

Od ponad 20 lat w klasach początkowych kształcą się dzieci w systemie zintegrowanego kształcenia. Dotyczy to doboru i układu treści kształcenia, stosowanych metod i organizacji edukacji szkolnej. Kolejność i rytm realizowanych treści kształcenia regulują pory roku i kalendarz wydarzeń społecznych, w których dzieci uczestniczą. Nauczyciel decyduje też o tym, ile czasu w kolejnych dniach nauki szkolnej przeznaczają na realizację edukacji polonistycznej, przyrodniczej, matematycznej itd.

Do potrzeb zintegrowanego kształcenia od lat opracowywane są zeszyty ćwiczeń, a także dziecięcy podręcznik *Nasz elementarz* oraz karty pracy stanowiące jego uzupełnienie (błędy merytoryczne zawarte na matematycznych stronach tego podręcznika omówię w dalszych częściach tego dokumentu). W publikacjach tych przeplatają się strony zawierające treści z zakresu edukacji polonistycznej, przyrodniczej, matematycznej itd.

Problem w tym, że **realizowanie treści matematycznego kształcenia w kolejnych miesiącach nauki według pór roku i wydarzeń społecznych zaburza merytoryczny porządek edukacji matematycznej**. Zaś preferowany przez dzieci sposób uczenia się sprawia, że **w ramach działalności matematycznej nie mogą zajmować się jednocześnie kilkoma sprawami**. Ilustruje to następująca sytuacja.

W pewnym zeszyście ćwiczeń na stronach matematycznych dążono jednocześnie do kształtowania przemienności dodawania i wzbogacania dziecięcej wiedzy o świecie zwierząt. Dlatego umieszczono na jednej stronie zadania o krokodylach, o słoniach i żyrafach. Dzieci, jak to dzieci, całą uwagę skupiły na zwierzętach. Nie dostrzegły problemu matematycznego, że dla wygody liczenia można zmieniać kolejność dodawanych składników, bo suma się nie zmienia. Nie pomogły starania nauczycielki, aby im to uświadomić – dla dzieci nadal najważniejsze były zwierzęta. Można mnożyć opisy sytuacji edukacyjnych, w których wprowadzenie treści z innych obszarów kształcenia skutecznie przeszkadza dzieciom skupić się na problemach matematycznych.

Edukacji matematycznej nie sprzyja też integrowanie *na siłę* wszystkiego ze wszystkim. W pewnym zeszyście ćwiczeń integrowano edukację polonistyczną z matematyczną w taki sposób: ciężar samogłosek i spółgłosek określono w dekagramach (!), potem podano kilka wyrazów, a dzieci miały ustalać *ciężar tych wyrazów* (!) i uporządkować wyraz rosnąco, kierując się ich ... ciężarem (!!!). Dodam, że zadanie to dzieci miały rozwiązać w czasie, gdy jeszcze zbyt słabo orientowały się w pomiarze ciężaru aby dostrzec absurdalność tego, co mają wykonać i jak rozumować.

Do tego dochodzi jeszcze **szkodliwa tendencja do znacznego skracania czasu trwania edukacji matematycznej**. Przypomnę, że na realizację edukacji matematycznej na poziomie wczesnoszkolnym przeznaczyć trzeba co najmniej 4 godziny lekcyjne w rozliczeniu tygodniowym. Wynika to ze specyfiki uczenia się dzieci oraz oszacowania czasu potrzebnego do kształtowania wiadomości i umiejętności matematycznych. Oto przykład ilustrujący tendencję skracania czasu trwania edukacji matematycznej, gdy jest ona realizowana w systemie zintegrowanego kształcenia.

W poniedziałek, w pewnej klasie I, wszystkie zajęcia koncentrowały się wokół zmian atmosferycznych zapowiadających nadejście zimy. Sprzyjał temu śnieg, który spadł w nocy. Na pierwszych zajęciach dzieci zastanawiały się, co sprawiło że spadł śnieg (edukacja przyrodnicza). Potem lepiły bałwana na boisku i rzucały do celu śnieżkami (rozwijały sprawność fizyczną). Wróciły do klasy i uczyły się piosenki *Zima zła* (wychowanie muzyczne). Po przerwie uczestniczyły w pogadance o zabawach zimowych zakończonej układaniem i zapisywaniem zdań (kształtowały umiejętności polonistyczne). Nauczycielka spojrzała z niepokojem na zegarek i edukację matematyczną ograniczyła do... ustalenia, z ilu kawałków węgla dzieci zrobiły bałwankowi oczy i guziki. Na więcej nie było już czasu. Z czterech godzin lekcyjnych na edukację matematyczną poświęciła dosłownie 4 minuty. Na dodatek policzenie węgielków jest banalne nawet dla pięciolatek.

Opisany fragment edukacji nie jest wyjątkowy, bo w zintegrowanym kształceniu permanentnie skraca się czas przeznaczony na edukację matematyczną. Trudno zmienić tę tendencję z powodu wcześniej wspomnianej reguły zintegrowanego kształcenia¹⁹ nauczyciel decyduje o tym, ile czasu w danym dniu przeznacza na realizację edukacji, polonistycznej, przyrodniczej, matematycznej itd.

Nagminne skracanie czasu trwania edukacji matematycznej jest spowodowane tym, że wielu nauczycieli osobiście doświadczyło kłopotów w nauce matematyki w szkole średniej i na maturze. Stąd poczucie niskich kompetencji matematycznych i przeświadczenie, że matematyki nie sposób zrozumieć oraz osobista niechęć do zajmowania się działalnością matematyczną. Takiego nastawienia nie sposób zmienić w trakcie studiów licencjackich trwających zaledwie 3 lata.

W działaniach naprawczych znajdujących się w trzeciej części tego dokumentu przedstawiam wniosek o wydzielenie edukacji matematycznej z systemu zintegrowanego nauczania.

4. O szkodach wyrządzonych przez rażące błędy merytoryczne i metodyczne znajdujące w podręczniku *Nasz elementarz*

Rekomendowany przez Ministra Edukacji Narodowej podręcznik *Nasz elementarz* został opracowany według zaleceń zintegrowanego kształcenia. Wydzielono w nim strony matematyczne przeznaczone do edukacji matematycznej. Roi się na nich od błędów metodycznych i merytorycznych²⁰. Omówię te, które znacząco zaburzają edukację matematyczną dzieci w klasie I.

Skutki drastycznego ograniczania zakresu liczenia i rachowania dzieciom

Do poważniejszych błędów merytorycznych w kształtowaniu zarysów pojęć liczbowych w podręczniku *Nasz elementarz* należy **ograniczanie dzieciom zakresu liczenia i rachowania przez więcej niż pół roku nauki szkolnej**²¹. Na przykład - realizację monograficznego opracowania liczby 3 zaplanowano dopiero w dziesiątym tygodniu nauki szkolnej (!). Na dodatek z analizy zadań zawartych w *Naszym elementarzu* wynika, że w tym czasie dzieci mogą liczyć

¹⁹ Dyrektorzy szkół skarżą się na to, że nie sposób ustalić, ile czasu nauczyciele przeznaczają na edukację matematyczną w zintegrowanym kształceniu. Gdy udają się na hospitację, dowiadują się że edukacja matematyczna już się odbyła, albo będzie realizowana... Zapewne, gdy zakończy się czas hospitacji.

²⁰ Przedstawiłam je w głośnym artykule E. Gruszczyk-Kolczyńska E., *O złej jakości edukacji matematycznej dzieci i błędach merytorycznych w dziecięcym podręczniku Nasz elementarz. Jakie działania trzeba podjąć, aby to zmienić na lepsze* („Ruch Pedagogiczny” 2015, nr 1) i w wywiadzie telewizyjnym *Minęła dwudziesta*, program 1 TV. Mimo to najwyższe władze oświatowe nakazały aby z tego źle napisanego podręcznika *Nasz elementarz* i kart pracy stanowiących jego uzupełnienie nauczyciele uczyli dzieci przez 3 lata.

²¹ Szersze omówienie szkodliwości ograniczeń dzieciom zakresu liczenia podaje E. Gruszczyk-Kolczyńska *Kształtowanie pojęcia liczby naturalnej: liczby pierwszej i drugiej dziesiątki*, w: *Edukacja matematyczna w klasie I. Książka dla nauczycieli i rodziców. Cele i treści kształcenia, podstawy psychologiczne i pedagogiczne oraz opisy zajęć z dziećmi*, red. E. Gruszczyk-Kolczyńska, Wydawnictwo CEBP. Kraków 2014.

i rachować tylko w zakresie 3 (!). W trakcie opracowania zarysu pojęcia liczby 4 dzieci liczą i rachują tylko w zakresie 4. Podobne ograniczenia występują w trakcie kształtowania zarysów wszystkich liczb naturalnych w zakresie dziesięciu, a potem dwudziestu. Oznacza to w praktyce, że dzieci od września do połowy stycznia nauki w klasie I liczą i rachują tylko w zakresie 10, a przez dwa lub trzy następne miesiące tylko w zakresie 20 bez przekroczenia progu dziesiątkowego.

Trzeba tu wyjaśnić, że dzieci zaczynające naukę w klasie I potrafią liczyć powyżej stu, a przy małym wsparciu ze strony dorosłych nawet do tysiąca i dalej. Ustalają też sumy i różnice z przekroczeniem progu dziesiątkowego, jeżeli mogą korzystać ze zbiorów zastępczych np. z liczydła. Natomiast w edukacji matematycznej realizowanej według *Naszego elementarza przez ponad pół roku nauki szkolnej dzieci:*

- **z dobrze opanowaną umiejętnością liczenia uczą się tego, co od dawna potrafią.** Konsekwencją jest nuda, rozleniwienie dziecięcych umysłów oraz osłabienie zainteresowania działalnością matematyczną;
- **mające kłopoty z liczeniem, nie mają szans dostrzec regularności dziesiątkowego systemu liczenia i korzystania z nich.** A to bezpośrednio prowadzi do niepowodzeń w nauce matematyki.

Przedstawię jeszcze dwa równie ważne zakresy szkód wyrządzonych przez ten darmowy podręcznik w edukacji matematycznej dzieci.

Konsekwencje zamętu logicznego i merytorycznego w zalecanym sposobie opracowania zarysów pojęć matematycznych

Do rażących błędów merytorycznych znajdujących się na stronach z monografiami kolejnych liczb naturalnych w *Naszym elementarzu* należy **zamęt logiczny i merytoryczny w kształtowaniu zarysów pojęć liczbowych. Konsekwencją jest zaburzenie dziecięcego poczucia sensu, bodaj najważniejszego nośnika inteligencji.** Przedstawię to na przykładzie kształtowania zarysu pojęcia liczby zarysu liczby naturalnej 5. W *Naszym elementarzu* zaleca się, aby dzieci:

- **najpierw poznały cyfrę 5 - symbol liczby oznaczającej równoliczność zbiorów pięcioelementowych** np. kasztanów, patyczków, jabłek;
- **potem mają ten symbol skojarzyć z cyfrą 5 na tarczy zegarowej, chociaż liczba 5 jest tu symbolem pomiaru czasu.** Gdy wskazówka zegarowa pokazuje 5-tą godzinę rano, oznacza to, że od północy upłynęło 5 razy po 60 minut (podobnie, gdy wskazówka pokazuje upływ czasu od 12-tej do 5-tej w południe). Na dodatek godziny na tarczy zegarowej są liczone są w układzie dwunastkowym, a minuty i sekundy w układzie sześćdziesiątkowym. Tymczasem dzieci poznają liczby naturalne w układzie dziesiątkowym;

- **następnie dzieci mają te wadliwe skojarzenia uzupełnić o sens cyfry 5 na monecie pięciozłotowej.** Problem w tym, że 5 jest tu symbolem umownej wartości nabywczej pieniądza. Za monetę pięciozłotową można kupić raz tyle cukierków, ale innym razem za tę samą monetę kupuje się ich więcej lub mniej. Inna logika kieruje umowną wartością pieniądza, a inna ustalaniem równoliczności zbiorów.

W jednym ciągu rozumowania miesza się dziecku trzy odrębne zakresy pojęć, z wadliwą sugestią że stanowią one jednorodny kompleks pojęciowy. Taki zamęt merytoryczny w kształtowaniu pojęć liczbowych na poziomie klasy I powtarza się w *Naszym elementarzu* wielokrotnie, przy monograficznym kształtowaniu kolejnych pojęć liczbowych.

Ponieważ zarysu tak kształtowanych pojęć liczbowych są precyzowane i rozszerzane w następnych latach edukacji szkolnej, **opisane nieprawidłowości skutecznie przeszkadzają dzieciom w tworzeniu fundamentów wiedzy matematycznej.** Na dodatek nauczyciele traktują zalecany w *Naszym elementarzu* sposób kształtowania pojęć liczbowych, jako poprawny i – w dobrej wierze – stosują go w edukacji dzieci. Wszak *Nasz elementarz* rekomendował osobiście Minister Edukacji Narodowej.

Złe konsekwencje pominięcia w *Naszym elementarzu* wspomaganie dzieci w rozwoju operacyjnego rozumowania

Wyjaśniając tę kwestię zacznę od przypomnienia, że w wieku przedszkolnym i w pierwszych latach nauki szkolnej dzieci mają optymalną wrażliwość na rozwijanie i precyzowanie operacyjnego rozumowania na poziomie konkretnym²². Dotyczy to zdolności do wiązania przyczyny ze skutkiem, wnioskowania o stałości liczebności elementów w zbiorze przy zmianach sugerujących że jest ich mniej lub więcej oraz ustalania stałości w zakresie długości, ciężaru itd. Od rozwoju operacyjnego rozumowania zależy też precyzyjne klasyfikowanie i tworzenie wiedzy pojęciowej, nie tylko w zakresie matematyki.

Problemem są różnice rozwojowe w tempie rozwoju umysłowego dzieci²³ u siedmiolatków w przeliczeniu sięgają nawet do 4 lat. W tej grupie rówieśniczej są więc dzieci, które rozumują na poziomie przeciętnego pięciolatka i dzieci, które sprawnością intelektualną dorównują dziewięciolatkom. Często bywa więc tak, że nawet połowa dzieci zaczynających naukę w szkole nie rozumuje operacyjnie w zakresie potrzebnym do tworzenia zarysów pojęć i umiejętności matematycznych.

²² Kształtowanie operacyjnego rozumowania na poziomie konkretnym jest opisane w charakterystykach okresów i podokresów rozwoju operacyjnego rozumowania w modelu J. Piageta. Szczegółowe informacje w publikacjach J. Piageta (*Studia z psychologii dziecka*, PWN, Warszawa 1966; *Dokąd zmierza edukacja*, PWN, Warszawa 1977; *Równoważenie struktur poznawczych*, PWN, Warszawa 1981), J. Piageta i B. Inhelder (*Operacje umysłowe i ich rozwój* w: P. Oleron, J. Piaget, B. Inhelder, P. Greco *Inteligencja*, PWN, Warszawa 1967; *Psychologia dziecka*, Wydawnictwo Siedmioróg, Wrocław 1993).

²³ Ustaliła to L. Wołoszynowa 40 lat temu i opisała w artykule *Problemy szkolnego „startu” w polskim zreformowanym systemie oświaty*, „Psychologia Wychowawcza” 1977, nr1. Dodam, że ustalenia L. Wołoszynowej potwierdziły się w moich badaniach realizowanych znacznie później.

Z moich doświadczeń naukowych i pedagogicznych²⁴ wynika, że można przyspieszyć u dzieci tempo rozwoju operacyjnego rozumowania. Trzeba się tym zająć koniecznie na poziomie wychowania przedszkolnego i w pierwszym roku szkolnej edukacji. Jeżeli zostanie to zaniedbane, niepowodzeń w nauce matematyki doświadczy co czwarty uczeń.

Niestety, autorzy *Naszego elementarzu zlekceważyli tę wiedzę i... nie przewidzieli*²⁵ **wspomagania rozwoju umysłowego w ramach edukacji matematycznej w klasie I.** Ponieważ według tego podręcznika prowadzona była edukacja dzieci przez 3 lata, każdego roku więcej dzieci zostaje zepchniętych na ścieżkę niepowodzeń w uczeniu się matematyki, ze wszystkimi niszczącymi konsekwencjami.

Z ustaleń tych wynika jednoznacznie - **trzeba wycofać podręcznik *Nasz elementarz z edukacji szkolnej*, a także opracowane do niego komentarze metodyczne i karty pracy.** Na następny darmowy podręcznik dla uczniów klasy I należy rozpisać otwarty konkurs, z obowiązkiem wykazania jego skuteczności edukacyjnej w klasycznych badaniach eksperymentalnych.

5. O pilnej potrzebie wprowadzenia zamian w edukacji matematycznej w klasie IV szkoły podstawowej

Nie jest tajemnicą, że w klasie IV wielu uczniów doznaje poważnych niepowodzeń w nauce matematyki, chociaż ich edukacją matematyczną zajmują się już nauczyciele matematyki. Rodzice tych uczniów - nie mogąc liczyć na pomoc nauczyciela matematyki - decydują się na opłacanie korepetycji dla swojego dziecka, wszak zależy im na promowaniu do następnej klasy.

Zajmując się niepowodzeniami w nauce matematyki, starałam się ustalić przyczyny nasilania się ich u uczniów w klasie IV. Zaniepokoiłam się też liczbą rodziców szukających korepetytorów z matematyki dla dziesięcioletnich dzieci (!). Oto ważniejsze ustalenia.

Nauczyciele matematyki skarżą się, że uczniowie z klasy IV nie potrafią korzystać z matematycznego kształcenia na lekcjach szkolnych. Spytani o powody, wyjaśnili mi, że uczniowie ci niewiele wiedzą i potrafią z matematyki. Po części mają rację. Z mojego rozeznania wynika bowiem, że poziom wiadomości i umiejętności matematycznych wielu uczniów klas IV nie przekracza tego, co z matematyki wiedzą i potrafią uczniowie na początku klasy II.

Główną przyczyną niepowodzeń w nauce matematyki tak wielu uczniów jest jednak sposób kształtowania wiadomości i umiejętności matematycznych uczniów IV

²⁴ Por. *Dzieci ze specyficznymi trudnościami w uczeniu się matematyki...* rozdział *Rozwój operacyjnego rozumowania i jego znaczenie w uczeniu się matematyki.*

²⁵ Zapewne autorów *Naszego elementarza* skłoniło do tego rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej – w ramach kolejnej korekty *Podstawy programowej*- zmieniające nazwę ze wspomagania rozwoju z edukacją matematyczną na edukację matematyczną. Uznano więc, zmiana nazwy pociąga za sobą odstąpienie od konieczności łączenia edukacji matematycznej ze wspomaganiami rozwoju umysłowego uczniów w zakresie operacyjnego rozumowania w sensie J. Piageta.

klasy. Zakłada się bowiem, że uczniowie rozumują już operacyjnie na poziomie formalnym i sprawnie posługują się oznaczeniami symbolicznymi w zapisywaniu sensu działalności matematycznej.

Postawą tego założenia są ustalenia zawarte w modelu rozwoju rozumowania operacyjnego J. Piageta²⁶. Wynika z nich, że **w jedenastym i dwunastym roku życia uczniowie rozumują już operacyjnie na poziomie formalnym**. Do takich możliwości intelektualnych od lat dobierane są treści i metody nauczania matematyki od klasy IV wzwyż. Potwierdza to z analiza treści kształcenia realizowanych w klasie IV oraz treści zawarte w podręcznikach akademickich zalecanych studentom matematyki²⁷.

Tymczasem z nowszych badań brytyjskich²⁸ obejmujących 11 tysięcy młodych ludzi wynika że w 14-tym roku życia tylko około 20% uczniów rozumuje na wczesnym poziomie operacji formalnych. W praktyce oznacza to, że w klasie IV tylko uczniowie charakteryzujący się przyspieszonym rozwojem intelektualnym potrafią z trudem spełnić oczekiwania nauczycieli matematyki. Bo w ich strefie najbliższego rozwoju znajdują się już rozumowania na wczesnym etapie operacji formalnych.

Takich uczniów jest w zespole rówieśniczym zaledwie kilku, pozostali po prostu nie pojmują wyjaśnień nauczyciela, gdyż te są formułowane w konwencji operacyjnego rozumowania na zaawansowanym poziomie operacji konkretnych lub formalnych. Ponieważ nauczyciele matematyki bardzo słabo orientują się w rozwoju umysłowym uczniów z uwzględnieniem operacyjnego rozumowania – lub nie wiedzą o tym - uważają, że uczniowie ci są mało zdolni do matematyki.

Są bowiem przekonani, że do opanowania szkolnej edukacji matematycznej potrzebne są uzdolnienia matematyczne uczniów²⁹. A że uzdolnienia te -ich zdaniem- są rzadkie:

- nie czują się winni za to, że zdecydowana większość uczniów nie potrafi korzystać z nauki matematyki w szkole, bo zapewne są mało zdolni do matematyki;
- są zadowoleni, jeżeli kilkoro uczniów z klasy (zapewne uzdolnionych matematycznie) uczestniczy w kształceniu matematycznym na lekcjach matematyki w szkole.

²⁶ Są to publikacje: J. Piaget, *Studia z psychologii dziecka* (PWN, Warszawa 1966), *Równoważenie struktur poznawczych centralny problem rozwoju* (PWN, Warszawa 1981), a także J. Piaget, B. Inhelder, *Operacje umysłowe i ich rozwój* (w: Oleron P., Piaget J., Inhelder B., Gréco P., *Inteligencja*, PWN, Warszawa 1967), *Od logiki dziecka do logiki młodzieży* (PWN, Warszawa 1970), *Psychologia dziecka* (Wydawnictwo Siedmioróg, Wrocław 1993).

²⁷ Por. S. Turnau, *Wykłady o nauczaniu matematyki* (PWN, Warszawa 1990), H. Siwek, *Dydaktyka matematyki* (WSiP, Warszawa 2005).

²⁸ Por. M. Shayer, D.E. Küchemann, H. Wylman, *Distribution of Piagetian Stages of Thinking in British Middle and Secondary School Children*, "British Journal of Education Psychology" 46/1976.

²⁹ Nie jest to prawda. Wiele lat temu J. Piaget (*Dokąd zmierza edukacja*, PWN, Warszawa 1977) stwierdził, że opanowanie szkolnego zakresu edukacji matematycznej mieści się w możliwościach umysłowych przeciętnych uczniów. Podobny wniosek wynika też z moich badań przedstawionych w cytowanej już publikacji *Dzieci ze specyficznymi trudnościami w uczeniu się matematyki...*

Dlatego do wyjątków należą nauczyciele, którzy poszukują skuteczniejszych metod kształtowania pojęć i umiejętności matematycznych w klasach IV.

Nie znam też poważniejszych badań nad przyczynami niepowodzeń w nauce matematyki uczniów z klas od IV klasy wzwyż. Nie prowadzą ich pedagodzy z obawy, że nie starczy im wiedzy matematycznej. Nie prowadzą ich także matematycy, gdyż brakuje im specjalistycznej wiedzy psychologicznej i pedagogicznej. Nie ulega wątpliwości, że takie badania muszą poprzedzić wprowadzanie istotnych zmian w edukacji matematycznej uczniów klas IV, gdyż na ich podstawie można dostosować treści i metody kształcenia do ich możliwości umysłowych. Te i inne jeszcze działania naprawcze przedstawiam w ostatniej części tego dokumentu.

6. Niedostatki kształcenia nauczycieli przekładają się na niski poziom edukacji matematycznej na poziomie klas początkowych

Na bodaj każdej stronie tego dokumentu stwierdzałam, że jednym z głównych powodów kryzysu w edukacji matematycznej dzieci są niedostatki kształcenia nauczycieli. Rażąco braki w zakresie umiejętności matematycznych i dydaktycznych nauczycieli są nie tylko moim wymysłem, wskazuje się na nie w następujących raportach z badań realizowanych w Instytucie Badań Edukacyjnych³⁰:

- *Nauczanie matematyki w gimnazjum*. Raport z badania³¹, opracowany przez M. Karpińskiego, M. Grudniewską, M. Zambrowską, IBE, Warszawa 2013.

- *Potrzeby nauczycieli edukacji wczesnoszkolnej i nauczycieli matematyki*, raport³² opracowany przez M. Czajkowską, M. Orzechowską, IBE, Warszawa 2015;

Dzięki nowej ustawie o szkolnictwie wyższym wracamy w kształceniu nauczycieli do studiów jednolitych, pięcioletnich. Zmieni to korzystnie przygotowanie przyszłych nauczycieli do wychowania i edukacji dzieci. Nim jednak absolwenci tych studiów podejmą pracę w przedszkolach i szkołach **trzeba koniecznie zmienić reguły systemu doksztalcenia nauczyciel pracujących w tych placówkach.**

Obecnie funkcjonuje on na zasadzie przyznawania pieniędzy tym, którzy wygrywają konkursy „na realizację szkoleń”. Niemale fundusze przeznaczone na podnoszenie kwalifikacji nauczycieli wędrują więc do kieszeni... mistrzów w pisaniu projektów. Po wygraniu przetargu, intensywnie szukają kogoś, kto deklaruje że posiada oczekiwane kompetencje. Ponieważ deklarowanie kompetencji oraz ich posiadanie nie zawsze idzie w parze, poziom wielu szkoleń bywa marny. Choćby z tych powodów warto

³⁰ Ustalono w nich – między innymi - że znacząca grupa nauczycieli klas I-III nie ma wystarczającej wiedzy matematycznej. Dlatego nauczyciele ci nie potrafią właściwie ocenić uczniowskich sposobów rozwiązania (zwłaszcza nietypowych) i preferują rozwiązywanie zadań typowych wskazaną przez siebie metodą.

³¹ Dostępny na stronie: <http://eduentuzjasci.pl/publikacje-ee-lista/raporty/183-raport-z-badania-nauczanie-matematyki-w-gimnazjum/966-nauczanie-matematyki-w-gimnazjum.html>

³² Dostępny na stronie: i-nauczycieli-matematyki-w-zakresie-rozwoju-zawodowego-bpn/1241-badania-potrzeb-nauczycieli-edukacji-wczesnoszkolnej-i-nauczycieli-matematyki-w-zakresie-rozwoju-zawodowego-bpn.html

rozważyć poważną korektę systemu podnoszenia kwalifikacji nauczycieli przedszkoli i klas początkowych.

Cześć trzecia

Rekomendowane działania, które mogą zmienić na lepsze edukację matematyczną dzieci

Zacznę od wyjaśnienia dlaczego w edukacji matematycznej dzieci tolerowane są opisane nieprawidłowości. Jednym z powodów jest to, że ujawniają się tak późno, że trudno – bez badań naukowych - połączyć przyczynę ze skutkiem. Na dodatek wady szkolnej edukacji matematycznej nie szkodzą uczniom w tym samym stopniu. Uczniowie o znakomitych możliwościach intelektualnych - z wysoką podatnością na uczenie się - radzą sobie nawet *w papierowej matematyce*. To, że taki sposób prowadzenia edukacji matematycznej nie sprzyja rozwojowi zadatków uzdolnień matematycznych – nie ma większego znaczenia. Przecież nie wiadomo, w jakim stopniu uczniowie ci byli uzdolnieni.

Gorzej z uczniami o przeciętnych i niższych możliwościach intelektualnych. Oni tracą najwięcej, bo opisane grzechy edukacji matematycznej nie sprzyjają ani kształtowaniu wiadomości i umiejętności, ani rozwojowi ich umysłu. Są więc zdani na rodziców: jeżeli pomogą – jakoś sobie radzą. Gdy nie potrafią pomóc, także nie ma problemu – widocznie uczeń nie jest zdolny do matematyki i dlatego ma kłopoty. Trzeba załatwić mu korepetycje. Gdy korepetycje nie pomagają, także uczeń jest winny - bo zapewne ma gorsze możliwości umysłowe i na dodatek jest leniwy.

Ponadto - co najmniej dziwnie są traktowane wyniki badań naukowych dotyczące jakości kształcenia matematycznego dzieci, także przedstawione w tym dokumencie. Trudno oczekiwać, że interesować się nimi będą osoby powoływane do pełnienia zaszczytnej roli Ministra Edukacji Narodowej. Szkoda jednak, że wynikami tych badań nie interesują się doradcy kolejnych ministrów edukacji. Konsekwencją jest to, że od lat kierowanie systemem oświaty jest w opozycji do wyników badań naukowych określających stan faktyczny edukacji matematycznej. A przecież bez woli politycznej nie sposób wprowadzić korzystnych zmian zwłaszcza w edukacji matematycznej dzieci w Polsce.

Mając nadzieję że może to ulec korzystnej zmianie, rekomenduję działania naprawcze, które mogą zmienić na lepsze rozpaczliwą sytuację edukacji matematycznej dzieci w Polsce. Dla większej czytelności przedstawię je w tym porządku, a jakim przedstawiałam wskaźniki kryzysu w matematycznym kształceniu dzieci.

Działania, które mogą korzystnie zmienić losy dzieci z zadatkami uzdolnień matematycznych

W dokumentach regulujących działalność pedagogiczną przedszkoli i szkół należy pilnie umieścić obowiązek otoczenia szczególną opieką dzieci z zadatkami uzdolnień

matematycznych. Jednocześnie trzeba zadbać o rozszerzenie kompetencji nauczycieli przedszkoli i nauczania początkowego z zakresu:

- wiedzy dotyczącej kształtowania się zadatków uzdolnień matematycznych u dzieci, w tym skutków zaniedbań we wspomaganie rozwoju tych dzieci w środowisku domowym, przedszkolnym i szkolnym;
- kształtowania umiejętności diagnostycznego rozpoznawania zadatków uzdolnień matematycznych u dzieci w przedszkolu i w szkole;
- sposobów wspomaganie dzieci w rozwijaniu zadatków uzdolnień matematycznych w domu, w przedszkolu i szkole;
- form i metod angażowania rodziców do wspomaganie dzieci rozwijaniu zadatków uzdolnień matematycznych.

Dotychczasowy zakres wykształcenia pedagogicznego nauczycieli (licencjat i studia magisterskie) nie obejmował takich kompetencji, dlatego należy je kształtować w ramach np. kursów lub studiów podyplomowych rozszerzających kompetencje nauczycielskie. Nie będzie to trudne, ponieważ zostały już opracowane programy takiego rozszerzenia nauczycielskich umiejętności pedagogicznych oraz nauczycielskie metody rozpoznawania zadatków uzdolnień matematycznych dzieci.

Dodam, że są też spore doświadczenia w zakresie wspomaganie rozwoju zadatków matematycznych u dzieci realizowane w ramach innowacji pedagogicznych³³. Innowacje te są organizowane przez dyrektorów i nauczycieli przedszkoli i szkół, przy wsparciu rodziców i miejscowych władz oświatowych. Przygotowanie nauczycieli prowadzących innowacje realizowane jest w ramach studiów podyplomowych³⁴, a opiekę merytoryczną sprawują osobiście, na zasadzie tzw. pracy społecznej.

**Działania naprawcze mogące znacząco zmniejszyć liczbę dzieci,
które doznają niepowodzeń w nauce matematyki
już w pierwszych miesiącach pobytu w szkole**

W dokumentach regulującym działalność pedagogiczną przedszkoli należy wpisać obowiązek kształtowania dojrzałości (gotowości) dzieci do nauki matematyki w szkole. Zobliguje to autorów programów edukacyjnych do umieszczenia w nich treści kształcenia

³³ Wymienić tu trzeba: a) *Zespół przedszkolno-szkolny „Morska Kraina” w Kołobrzegu* realizujący od 10 lat taką innowację (decyzja właściciela i rady pedagogicznej oraz rodziców dzieci objętych innowacją) w roku 2015 placówce tej przyznano tytuł „Najlepszej szkoły roku”, b) 12 placówek edukacyjnych w Chorzowie (decyzja władz oświatowych Chorzowa, rad pedagogicznych tych placówek edukacyjnych oraz rodziców dzieci objętych innowacją), c) 9 szkół realizujących innowację w Warszawie, przoduje w tym dzielnica Targówek (decyzja władz oświatowych dzielnicy Warszawa-Targówek, rad pedagogicznych tych placówek edukacyjnych oraz rodziców dzieci objętych innowacją), d) 7 placówek realizujących innowację w Krakowie (decyzja władz oświatowych miasta Krakowa, rad pedagogicznych placówek edukacyjnych oraz rodziców dzieci objętych innowacją), e) 4 wiejskie placówki edukacyjne (decyzja rad pedagogicznych placówek edukacyjnych oraz rodziców dzieci objętych innowacją). Mimo znaczących osiągnięć nauczycieli i dzieci, najwyższe władze oświatowe nie uznały za słuszne zainteresować się tymi innowacjami.

³⁴ Studia takie są od 3 lat organizowane w Akademii Pedagogiki Specjalnej w Warszawie.

obejmujące wspomaganie dzieci w rozwoju umysłowym wraz z edukacją matematyczną, co najmniej w takim wymiarze, który określają wskaźniki dojrzałości do kształtowania wiadomości i umiejętności matematycznych na sposób szkolny.

Potrzebne jest też rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej wymuszające recenzowanie przez określony zespół specjalistów narzędzi diagnostycznych stosowanych do ustalania dojrzałości dzieci do nauki szkolnej. Stosowane procedury diagnostyczne trzeba koniecznie rozszerzyć o badanie dojrzałości do nauki matematyki w szkole.

Dzieci, które takiej dojrzałości nie reprezentują, nie mogą rozpoczynać nauki w klasie I. Z moich wieloletnich badań wynika bowiem, że wcześniej czy później doznają niepowodzeń w nauce matematyki.

Trzeba koniecznie rozszerzyć kompetencje nauczycieli edukacji wczesnoszkolnej o wiadomości i umiejętności potrzebne do: a) kształtowania u dzieci dojrzałości do nauki matematyki w szkole, b) diagnozowania u dzieci tych kompetencji, które są konieczne do odnoszenia sukcesów w nauce matematyki w szkole, c) prowadzenia zajęć dydaktyczno-wyrównawczych z dziećmi, które nie potrafią sprostać oczekiwaniom stawianym im w szkolnym nauczaniu matematyki.

Konieczne jest też rozszerzenie kompetencji nauczycieli klas I-III o wiedzę i umiejętności dotyczące: a) manifestowania przez uczniów specyficznych trudności w nauce matematyki, b) rozpoznawania u uczniów sygnałów specyficznych trudności w opanowaniu wiadomości i umiejętności matematycznych, aby nie dopuścić do blokad w uczeniu się matematyki, c) form i metod prowadzenia zajęć dydaktycznych z dziećmi, które nie potrafią korzystać z edukacji organizowanej im w szkole.

Działania, które pomogą wydzielić edukację matematyczną z systemu zintegrowanego nauczania

Formalnie można wydzielić edukację matematyczną z systemu zintegrowanego nauczania już w klasie I. Żeby jednak tak stało się, konieczna jest decyzja najwyższych władz oświatowych. Dyrektorzy i nauczyciele przyzwyczaili się bowiem do tego, że nawet drobne kwestie organizacyjne od lat regulowane są rozporządzeniami i zarządzeniami Ministra Edukacji Narodowej. Bojąc się o miejsce pracy, nie podejmą decyzji w tak istotnej kwestii, jaką jest wydzielenie edukacji matematycznej z kształcenia zintegrowanego. Trzeba też pamiętać o tym, że konsekwencją wydzielenia edukacji matematycznej w klasie I z systemu zintegrowanego nauczania jest opracowanie nowych podręczników, zeszytów ćwiczeń lub kart pracy.

Działania naprawcze, które zmienią na lepsze matematyczne kształcenie uczniów z klasy IV i następnych

Nie ulega wątpliwości, że nauczanie matematyki w klasach IV musi być dostosowane do realnych możliwości umysłowych uczniów. Dotyczy to w równej mierze treści jak i metod

kształcenia. Żeby tego dokonać, trzeba przeprowadzić poważne badania naukowe, których celem jest ustalenie faktycznych możliwości umysłowych uczniów klas IV oraz preferowanych przez nich sposobów opanowania pojęć i umiejętności matematycznych.

Takie badania muszą być zamówione – na zasadzie otwartego konkursu - przez władze oświatowe. Realizację ich trzeba powierzyć zespołom złożonym z pedagogów, psychologów i matematyków znającym specyfikę szkolnej edukacji, którzy potrafią wspólnie troszczyć się o dobro matematycznego kształcenia. Badania te muszą uwzględniać różnice indywidualne w rozwoju umysłowym uczniów klas IV i trzeba nimi objąć wszystkich – bez wyjątków – uczniów wytypowanych wybranych klas IV.

Prowadzenie takich badań nie jest obecnie możliwe. Od kilku lat wymagana jest bowiem zgoda - na prowadzenie badań naukowych - dyrektorów i nauczycieli wybranych szkół, zgoda uczniów wytypowanych klas IV, a także ich rodziców. Wystarczy, aby któryś z rodziców nie wyraził zgody - co zwykle się zdarza - i już nie sposób ustalić zakresu różnic indywidualnych w rozwoju umysłowym uczniów. Dodam, że z powodu tych niebywałych utrudnień naukowcy coraz rzadziej prowadzą badania w placówkach edukacyjnych, ze szkodą dla doskonalenia systemu edukacji.

Przypuszczam, że realizacja naszkicowanych badań na zamówienie władz oświatowych w znacznym stopniu złagodzi te utrudnienia. Gdy wyniki badań dotyczących możliwości umysłowe uczniów klasy IV oraz preferowanych przez nich sposobów uczenia się zostaną zrealizowane i uporządkowane, trzeba opracować nową koncepcję prowadzenia edukacji w klasie IV. W ramach tej koncepcji należy kolejno:

- ustalić treści kształcenia matematycznego uczniów klas IV i opracować programy edukacji matematycznej, z zachowaniem ciągłości edukacyjnej na styku klas III i IV oraz IV i V;
- określić metody matematycznego kształcenia uczniów klas IV i napisać książki metodyczne dla nauczycieli matematyki, w których podana będzie rzetelna wiedza psychologiczna i pedagogiczna;
- napisać podręczniki do nauki matematyki dla uczniów klas IV.

Po przygotowaniu grupy nauczycieli matematyki do realizacji tej koncepcji trzeba sprawdzić – na zasadzie klasycznego eksperymentu pedagogicznego – efekty edukacji w klasie IV. Jeżeli będą zadawalające, można wdrożyć ją w klasach IV w szkołach podstawowych na terenie Polski.

Z ustaleń tych wynika, że działania zmieniające na lepsze edukację matematyczną w klasach IV należy zaplanować na wiele lat. Trzeba je jednak jak najszybciej rozpocząć, choćby ze względu na niszczące skutki niepowodzeń w nauce matematyki u progu drugiego etapu edukacji szkolnej. Do podjęcia rekomendowanych działań naprawczych potrzebna jest wola polityczna władz oświatowych. Z moich wieloletnich i – niestety - gorzkich doświadczeń wynika, że o taką wolę jest najtrudniej.

W jakich zakresach trzeba rozszerzać i doskonalić kompetencje nauczycieli, aby zmienić edukację matematyczną dzieci zmienić na lepsze

Zacząć trzeba od ukształtowania w nauczycielach umiejętności **planowania działalności pedagogicznej w przedszkolach i klasach początkowych**. Jest to trudne: nauczyciel musi bowiem dobrze orientować się w kompetencjach swoich uczniów i doskonale znać założenia ciągłości edukacyjnej, szczególnie w zakresie edukacji matematycznej.

Ponieważ nauczyciele od kilkunastu lat otrzymują gotowe rozkłady materiału, nie radzą sobie z planowaniem działalności pedagogicznej. Nie potrafią w edukacji matematycznej uwzględnić:

- rzeczywistych możliwości umysłowych dzieci i specyfiki uczenia się matematyki w wieku przedszkolnym oraz kolejno w klasach I, II i III;
- prawidłowości pedagogicznych kształtowania pojęć i umiejętności matematycznych w poszczególnych zakresach matematycznego kształcenia (chodzi o modele nabywania umiejętności liczenia, rachowania, rozumienia sensu pomiaru itd.);
- perspektywy edukacyjnej: kształtowanie wiadomości i umiejętności w kolejnych latach nauczania początkowego stanowi fundament dla konstruowania systemu wiadomości i umiejętności w następnych latach edukacji szkolnej³⁵.

Tego wszystkiego trzeba nauczyć nauczycieli³⁶, wszak od fachowego planowania działalności matematycznej zaczyna się podnoszenie poziomu edukacji matematycznej dzieci w kolejnych latach nauki szkolnej.

Znajomość pedagogicznych, psychologicznych i matematycznych podstaw edukacji matematycznej dzieci to następny ważny zakres kształtowania nauczycielskich kompetencji. Od ćwierć wieku przyszłych nauczycieli przygotowuje się na studiach do realizowania edukacji matematycznej według zeszytów ćwiczeń i kart pracy. Dlatego potrafią prowadzić zajęcia z dziećmi tylko w konwencji *papierowej edukacji matematycznej*.

Żeby to zmienić na lepsze, trzeba zwyczajnie przeszkolić nauczycieli – zapewne większość pracujących w przedszkolach i w klasach początkowych - w zakresie prowadzenia edukacji matematycznej dzieci. Z dbałością o wspomaganie dzieci w rozwoju umysłowym, z korzystaniem ze sprawdzonych modeli pedagogicznych dotyczących liczenia i rachowania, kształtowania u dzieci rozumienia sensu pomiarów i umiejętności mierzenia (długości, ciężaru, czasu itd.), stopniowego przekształcenia intuicji w pojęcia geometryczne (chodzi o przywrócenie właściwego miejsca geometrii w edukacji), strategii rozwiązywania zadań z

³⁵ Na przykład orientację przestrzenną w klasie I realizuje się po to, aby dzieci lepiej radziły sobie w sytuacjach życiowych i szkolnych i po to, że potrzebna jest ona dzieciom w trakcie mierzenia długości i w kształtowaniu pojęć geometrycznych, a potem w kreśleniu planów pomieszczeń, posługiwaniu się mapą itd. Trzeba o tym pamiętać w klasie I przy konkretyzowaniu treści kształcenia w ramach orientacji przestrzennej.

³⁶ Taki zakres kształcenia nie jest niczym nowym. Mieścił się bowiem w przygotowywaniu przyszłych nauczycieli, gdy byli kształceni w trybie jednolitych pięcioletnich studiów magisterskich.

treścią itd. Bez takiego gruntownego uzupełnienia kompetencji pedagogicznych nauczycieli nie poprawi się jakości edukacji matematycznej dzieci.

Ważniejsze działania naprawcze w zakresie podnoszenia kwalifikacji czynnych nauczycieli przedszkoli i klas początkowych

W części drugiej tego dokumentu przedstawiłam słabe strony obecnego systemu podnoszenia kwalifikacji czynnych nauczycieli. Wynika z nich, że nie sprawdziło się oczekiwanie, że tzw. rynek edukacyjny spowoduje, iż na źle prowadzone szkolenia nie będzie zapotrzebowania. Kiepskie firmy edukacyjne mają się nadal dobrze. Żeby znać poziom danego szkolenia, trzeba przecież nim uczestniczyć chociaż raz i zapłacić udział w szkoleniu, a to wystarcza wielu firmom.

Żeby chociaż w części usunąć wady obecnego systemu dokształcania nauczycieli konieczne są kontrole merytoryczne firm oferujących usługi pedagogiczne. Ten zakres usług pedagogicznych nie jest obecnie niczym ograniczony i łatwo można zarejestrować prywatną firmę szkoleniową z programem szkolenia nauczycieli. Kto zechce – nawet bez odpowiedniego wykształcenia - może prowadzić dokształcanie nauczycieli i oferować odpłatne szkolenia szkołom i przedszkolom, konsumując przeznaczone na to oświatowe środki finansowe.

Konieczne jest także wprowadzenie istotnych zmian w konkursach rozstrzygających przyznawanie środków finansowych na realizację szkoleń podnoszących kompetencje nauczycieli przedszkoli i klas początkowych. Nie jest tajemnicą, że są firmy wyspecjalizowane w pisaniu projektów aplikującym o przyznawane są środków finansowych na szkolenie nauczycieli. O tym, że firmy te czerpią niemałe zyski z tzw. pośrednictwa świadczy to, że po wygraniu konkursu, ich przedstawiciele szukają pośpiesznie osób, które poprowadzą szkolenie nauczycieli ale już za niewielkie pieniądze.

Proponuję też, aby w ramach podnoszenia kompetencji nauczycieli nauczania początkowego zapoznać ich z koncepcją edukacyjną *Dziecięca matematyka*. Od wielu lat koncepcja ta jest w części lub w całości stosowana w przedszkolach. Jej wysoką skuteczność edukacyjną potwierdzono w badaniu losów szkolnych dzieci³⁷, które uczestniczyły w przedszkolach w zajęciach prowadzonych według *Dziecięcej matematyki*. Nauczyciele i rodzice dzieci przedszkolnych także to potwierdzają.

Koncepcja *Dziecięca matematyka* została rozszerzona na nauczanie początkowe³⁸. Stało się to na życzenie nauczycieli, którzy chcą odnosić sukcesy w prowadzeniu edukacji

³⁷ Badania te są opisane w cytowanej już publikacji *O dzieciach matematycznie uzdolnionych...* s. 35–36. Przeprowadzono analizę szkolnych losów ponad 120 dzieci których edukacja matematyczna w przedszkolach była realizowana według koncepcji *Dziecięca matematyka*. Ustalono, że sukcesy w szkolnej edukacji matematycznej odnosiło ok. 92% badanych dzieci, pozostałe (8%) miały kłopoty z opanowaniem umiejętności czytania i pisania. Nauczyciele i rodzice badanych dzieci podkreślali imponującą łatwość nabywania wiadomości i umiejętności matematycznych tych dzieci.

³⁸ Chodzi o cytowaną już publikację *Edukacja matematyczna w klasie I. Książka dla nauczycieli i rodziców...*

matematycznej oraz rodziców, gdy ich dziecko doznaje niepowodzeń w nauce matematyki. Do coraz większej popularności *Dziecięcej matematyki* przyczyniają się artykuły i wywiady³⁹ publikowane od lat w prasie codziennej o możliwościach uzyskania lepszych efektów kształcenia matematycznego i rozwijania u dzieci zadatków uzdolnień matematycznych.

Zapoznanie nauczycieli klas początkowych z koncepcją *Dziecięca matematyka* nie jest trudne, gdyż od prawie dwudziestu lat publikowane są dla nauczycieli i rodziców książki przedstawiające ją. Zawierają one sprawdzone pod względem skuteczności edukacyjnej programy kształcenia oraz metody i formy wspomaganie rozwoju umysłowego dzieci wraz z edukacją matematyczną oraz opisem zajęć możliwych do zrealizowania z dziećmi w edukacji domowej, przedszkolnej i szkolnej.

Działania naprawcze dotyczące rynku wydawniczego, ze szczególnym uwzględnieniem edukacji matematycznej

Trzeba koniecznie **przywrócić obowiązek recenzowania książek metodycznych dla nauczycieli oraz pakietów edukacyjnych dla dzieci w przedszkolu i uczniów klas początkowych**. Uzasadniałam to w części szczegółowej. Nie sposób bowiem dłużej tolerować tego, aby wydawnictwa szkolne czerpały krociowe zyski z publikowania poradników dla nauczycieli oraz zeszytów ćwiczeń i kart pracy dla dzieci z błędami merytorycznymi, zawierające zalecenia obracające się przeciw edukacji dzieci, zwłaszcza edukacji matematycznej.

Uzasadniając ten postulat posłużę się przykładem. W ostatnio wydanym 4 tomowym poradniku dla nauczycieli przedszkoli zajmujących się wychowaniem i kształceniem dzieci, które niebawem rozpoczną naukę w szkole⁴⁰ zalecono, aby w ramach edukacji matematycznej organizować dzieciom jedno (co najwyżej dwa) kilku minutowe zajęcia w ciągu tygodnia (!). Oto zadziwiające zalecenia prowadzenia edukacji matematycznej w ciągu pierwszego miesiąca zajęć w przedszkolu:

- pierwsze króciutkie zajęcia z edukacji matematycznej zaplanowano dopiero w drugim tygodniu (!) zajęć w przedszkolnych. Dzieci mają jednorazowo klasyfikować obiekty według wielkości, koloru i przeznaczenia⁴¹;

³⁹ Artykuły te *trafiają* do szerokiego kręgu czytelników, a więc do rodziców starszych przedszkolaków i uczniów, nauczycieli i dyrektorów placówek oświatowych oraz władz oświatowych. Po każdym artykule osoby zainteresowane zmianą na lepsze losów dzieci telefonują lub piszą listy elektroniczne.

⁴⁰ W poradnikach tych opisano szczegółowo kolejne dni pobytu dzieci w przedszkolu w ciągu 40 tygodni, bo tyle tygodni liczy rok szkolny. Są tam dokładne instrukcje, co nauczyciel ma realizować dzień po dniu od chwili przyścia dzieci do przedszkola do momentu, gdy rodzice zabiorą je do domu. Dobór tych zajęć budzi tak wiele wątpliwości merytorycznych i metodycznych, że strach pomyśleć jakie będą efekty edukacyjne jeżeli nauczyciel będzie wychowywał i uczył dzieci według zaleceń zawartych w tych poradnikach. Nasuwa się też pytanie – po co kształcić nauczycieli przedszkoli, jeżeli wystarczy, aby osoba prowadząca zajęcia z dziećmi potrafiła przeczytać ze zrozumieniem zalecenia zawarte w tych poradnikach, z obowiązkiem ich realizacji.

⁴¹ Dodam, że ćwiczenia w klasyfikowaniu obiektów według 3 cech są tak trudne, że realizuje się przez wiele tygodni na końcu a nie na początku długiego wdrażania dzieci do coraz precyzyjniejszej klasyfikacji. W

- w trzecim tygodnia pobytu dzieci w przedszkolu (!) dzieci mają przeliczyć zbiór dziesięcioelementowy i skojarzyć znaczenia słowo „nic” z zerem (!)⁴²;
- w czwartym tygodniu zajęć dzieci są wdrażane do określania swojej lewej i prawej strony oraz rysują postać człowieka w ramach poznania schematu ciała⁴³;
- ponadto w czwartym tygodniu zajęć dzieci mają przeliczać jednorazowo obiekty znajdujące się w otoczeniu i poznać „jedynekę”. Zaleca się tam⁴⁴ wprowadzenie liczby 1 i cyfry 1 oraz wdrażanie dzieci posługiwania się pojęciem *pojedyncze* (!) w słowniku czynnym.

Dobór i sugerowany przebieg tych i innych zajęć opisanych w tym poradniku świadczy o nieznanym podstawowych reguł prowadzenia edukacji matematycznej dzieci w przedszkolu⁴⁵, w tym kształtowania dojrzałości do uczenia się matematyki w szkole⁴⁶. Dodam, że uzupełnieniem tego poradnika są karty pracy dla dzieci, w które niewiele mają wspólnego z prawidłowo organizowanym wspomaganie rozwoju umysłowego dzieci wraz z edukacją matematyczną.

Ustaliłam, że ta seria poradników nie była recenzowana. Dyrektorzy placówek wychowania przedszkolnego kupowali je (nie są to tanie publikacje) z przekonaniem, że są *dobrze* wszak zostały wydane przez renomowane wydawnictwo edukacyjne. Na dodatek rodzice przedszkolaków byli zobowiązani zapłacić spore kwoty za karty pracy, z których będą korzystać ich dzieci w trakcie zajęć prowadzonych przez nauczycieli zgodnie z omawianymi poradnikami.

Trudno sobie wyobrazić szkody wyrządzone przez ten poradnik w umysłach nauczycieli i w edukacji matematycznej dzieci. Dodam, że za owe szkody nie mało zapłacili wydawnictwu nauczyciele i rodzice przedszkolaków.

Można było tego wszystkiego uniknąć, gdyby rynek wydawniczy był kontrolowany, chociaż obowiązkiem recenzowania przez specjalistów publikacji dla nauczycieli i dzieci.

edukacji sześciolatków może to mieć miejsce w końcu maja, a nie we wrześniu (!), jak zaleca się w tym poradniku i to bez wcześniejszego przygotowania dzieci do tak trudnego zadania.

⁴² Przy takim skojarzeniu dzieci może odczytać zapis np. liczby 10 tak: *jeden-nic* (!), a zapis liczby 100 tak: *jeden- nic, nic* (!)

⁴³ Dodam, że sednem tych ćwiczeń jest dbałość o higienę ciała a nie edukacja matematyczna.

⁴⁴ Jest to przejaw niepotrzebnego dążenia do realizowania w przedszkolu monograficznego opracowania zarysu pojęć naturalnych w zakresie pierwszej dziesiątki. Jest to przenoszenie zakresu kształcenia z klasy I szkoły podstawowej do przedszkola, przy zaniedbaniu konieczności należytego przygotowania dzieci do rozumienia ważniejszych aspektów liczb naturalnych.

⁴⁵ Nie sposób opisać wszystkich zajęć zalecanych w następnych 36 tygodniach zajęć przedszkolnych. Zaręczam jednak, że w trakcie ich realizacji nie sposób ukształtować u dzieci dojrzałości do nauki matematyki w szkole. Ponieważ ta seria poradników *rozeszła się* w wielu tysiącach egzemplarzy, nie sposób oszacować liczby dzieci, które zostaną źle przygotowane do edukacji matematycznej w szkole. I będą zepchnięte na ścieżkę klęski szkolnej ze wszystkimi złymi konsekwencjami.

⁴⁶ Trzeba tu wyjaśnić, że należyte przygotowanie dzieci przedszkolnych do edukacji matematycznej w szkole wymaga, aby wspomaganie rozwoju umysłowego wraz z matematycznym kształceniem było realizowane na zajęciach w ciągu 4 dni w tygodniu, przez wszystkie miesiące roku szkolnego. Ponadto dzieci mają stosować swoje umiejętności – np. liczenia i rachowania – każdego dnia, w każdej sprzyjającej okazji.

Dodam, że do uregulowania w tej kwestii wystarczy odpowiednie rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej oraz powołanie zespołu ekspertów, którzy są kompetentni w zakresie edukacji przedszkolnej i wczesnoszkolnej, także w zakresie wspomaganie dzieci wraz z edukacją matematyczną.

Warszawa, październik 2018 roku.