

dr hab. Małgorzata Makiewicz, prof. US  
Kierownik Zakładu Dydaktyki Matematyki  
Uniwersytet Szczeciński  
Wydział Matematyczno-Fizyczny  
Instytut Matematyki

**Opinia w przedmiocie diagnozy problemów związanych z procesem nauczania  
matematyki w szkole (począwszy od IV klasy szkoły podstawowej)  
wraz z odpowiednimi rekomendacjami**

O problemach związanych z edukacją matematyczną mówi się zazwyczaj w kontekście analizy egzaminów maturalnych. Dyskusje o słabych wynikach osiągniętych przez uczniów na tym egzaminie podążają w stronę ustalenia przyczyn takiego stanu rzeczy i lokują się zazwyczaj w obszarach dydaktyki i organizacji kształcenia w szkole średniej. Tymczasem badania pedagogiczne wskazują, że nadmierne trudności uczniów w uczeniu się matematyki pojawiają się już na początku edukacji szkolnej, a ujawniają się w sposób wyraźny w klasach czwartych szkół podstawowych. Narastające zaległości zastępują początkową fascynację dziecka szkołą i stopniowo przeradzają się w niezadowolenie, rozczarowania, frustracje także w, na długo zakorzenioną, niechęć do matematyki. Konsekwencją takich negatywnych zdarzeń jest systematyczne wygaszanie zainteresowań i zdolności oraz kumulowanie zaległości poznawczych podczas całego cyklu nauczania.

Opinia, do przygotowania której zostałam poproszona, zawiera ustalenia, których dokonałam na podstawie: praktyki własnej w charakterze nauczycielki matematyki i logiki w liceum ogólnokształcącym (10 lat), pracownika nauki zajmującego się dydaktyką matematyki (29 lat) oraz wieloletniego promotora prac licencjackich i magisterskich z dydaktyki matematyki, opiekuna studenckich dydaktycznych praktyk zawodowych, eksperta MEN d.s. awansu zawodowego nauczycieli, członka Naukowego Kolegium Ekspertów NASK ds. Rozwoju Technologii Informacyjno-Komunikacyjnych w Edukacji, organizatora cyklu trzynastu ogólnopolskich/międzynarodowych konferencji naukowych dydaktyków matematyki "Matematyka - nasza niedostrzegalna kultura", opiekuna naukowego studenckich kół naukowych, a także na podstawie analizy literatury oraz rezultatów

prowadzonych badań pedagogicznych w obszarze dydaktyki matematyki. Ustalenia najprawdopodobniej nie wyczerpują zagadnienia. Pierwsze części opracowania dotyczą analizy wyników badań, ujawnionych zdarzeń i prawidłowości, kolejne - propozycje problemów wymagających szerszej analizy, kolejne - rekomendacje w zakresie sugerowanych działań naprawczych.

Postawiony problem przyczyn nadmiernych trudności uczniów w obszarze edukacji matematycznej dotyczy kilku płaszczyzn: społecznego odbioru matematyki, organizacji nauczania, kształcenia i doskonalenia nauczycieli matematyki oraz metodyki edukacji matematycznej w kontekście rozwoju technologii informacyjnych, przededefiniowania potrzeb uczniów oraz paradygmatów współczesnej dydaktyki.

### **Analizy i badania**

Najważniejszym problemem nauczania matematyki, z którym zmierzają się nauczyciele wszystkich poziomów edukacyjnych jest, **pokonanie dystansu, jaki dzieli dziecięcy sposób myślenia** (oparty na poznawalnym zmysłowo konkrecie) **a sferą wnioskowania hipotetyczno - dedukcyjnego** prowadzonego na obiektach abstrakcyjnych. Różnicę przedstawię na przykładzie dwóch wypowiedzi: *weźmy 12 jabłek i podzielmy je po równo wśród 4 braci* oraz *niech  $P$  będzie przestrzenią, a  $f$  - odwzorowaniem różnowartościowym działającym z  $P$  na  $P$* . Najważniejsza, moim zdaniem, jest świadomość nauczyciela, że pokonanie tej trudności wymaga od ucznia wielkiego wysiłku i profesjonalnego wsparcia. Wyjątkowość matematyki wśród innych przedmiotów nauczania polega m.in. na tym, że jej obiektów nie można odczuć zmysłami. Są niewidzialne, nie posiadają koloru, masy, zapachu, temperatury. Mają charakter abstrakcyjny, formalny. W życiu codziennym posługujemy się reprezentantami fizycznymi pojęć matematycznych. O transferze czynności świata zewnętrznego do czynności wewnętrznych związanych z myśleniem abstrakcyjnym mówią m.in. : teoria równowagi procesów asymilacji i akomodacji (J. Piaget, A. Szemińska), teoria różnic indywidualnych, specyfiki dziedzinowej (A. Demetriou, M. Donaldson), koncepcja schematów asymilacyjnych (B. Inhelder), teoria strefy aktualnego i najbliższego rozwoju (L. Wygotski), teoria trzech reprezentacji świata: enaktywnej, ikonicznej i symbolicznej (J. Bruner) i koncepcja etapowego kształtowania czynności umysłowych (P.J. Galperin, N.F. Tałzina). W dydaktyce matematyki problemem tym zajmowali się w szczególności: P. van Hiele, Z. A. Krygowska, G. Polya i H. Freudenthal. Sądzę, że ten podstawowy problem dydaktyki matematyki, aktualny od pocztowych dni edukacji matematycznej w szkole, pozostawiony bez należytego wsparcia i szczególnej uwagi

pedagogicznej jest przyczyną wielu trudności ujawnianych na wyższych etapach edukacji matematycznej.

**Spoleczny odbiór matematyki** można interpretować w kategoriach przeszkody w tworzeniu systemu motywacyjnego oraz rozwijania pasji poznawczej ucznia. Matematyka, na ogół, postrzegana jest jako niezwykle użyteczna dziedzina wiedzy. Powszechnie zgadzamy się ze słowami I. Kanta, że *żaden kraj z ambicjami nie może być krajem analfabetów matematycznych*. Z drugiej jednak strony bez sprzeciwu przyjmujemy stwierdzenia polityków, publicystów, dziennikarzy że *matematyki nigdy nie rozumieli, a na maturze po prostu ścigali*. Dajemy cichą aprobatę publicznemu prezentowaniu niewiedzy czy matematycznej ignorancji. Przecież spośród wielu dziedzin działalności człowieka matematyka wydaje się najbardziej, poza sztuką, predysponowana do rozwijania myślenia odkrywczego, do wspierania rozwoju jednostki i społeczeństwa. Uniwersalne znaczenie matematyki związane jest z abstrakcyjnym rozumowaniem oraz wnioskowaniem, dostrzeganiem, formułowaniem i rozwiązywaniem problemów. Matematyka daje nam uniwersalne narzędzia poznania. J. Piaget widzi w niej przede wszystkim *wybitne walory kształcące (...) i rozwijanie umiejętności logicznego myślenia*<sup>1</sup>. Funkcjonalność myślenia i stosowania narzędzi matematyki ujawnia się np. wśród finalistów wielu niematematycznych olimpiad naukowych. Często wśród nich widzimy dobrych matematyków. Na listach laureatów Nagrody Nobla, mimo osobistych zastrzeżeń jej fundatora, można znaleźć znaczącą liczbę przedstawicieli świata matematyki<sup>2</sup>, którzy sięgnęli po ten laur z innych obszarów poznawczych, społecznych lub literackich. Nasza rzeczywistość wymaga matematycznych narzędzi myślenia i rozwiązywania problemów. Krzywych Béziera potrzebuje grafik komputerowy zajmujący się reklamą wizualną, rozkładu Poissona – badacz przyrody, harmonii złotego podziału – architekt, aparatu analizy matematycznej – ekonomista, a fraktali – diagnostyk zajmujący się mutacjami chromosomów lub meteorolog. Widzimy, że zastosowania matematyki znacznie szerzej nas otaczają i mocniej kształtują naszą rzeczywistość niż rachunki szkolne ćwiczone na lekcjach. Pochodne cząstkowe znalazły zastosowanie w ekonometrii, równania różniczkowe – w elektrostatyce, mechanice, demografii czy chemii i kosmologii, system binarny – w informatyce. O istocie wielu narzędzi, które oferuje matematyka, nie mamy pojęcia uruchamiając specjalistyczny program komputerowy. Ale matematyki *nie uprawia się jej tylko po to, aby móc ją zastosować w praktyce, choć niewątpliwie wyrosła ona z praktycznych potrzeb. To ciekawość, między*

---

<sup>1</sup> J. Piaget, *Dokąd zmierza edukacja?*, przeł. M. Domańska, PWN, Warszawa 1977.

<sup>2</sup> Np. J. Nash, J.C. Harsanyi, R. Selten, B. Russell.

innymi, powoduje, że ludzie zajmują się różnymi problemami matematycznymi. Później rozwiązania większości problemów znajdują rozmaite zastosowania. Zastosowania są z kolei źródłem nowych problemów i tak dalej...<sup>3</sup>. Usłyszane w szkole słowa: *ja mam humanistyczną duszę często osłaniają etykietę społeczną, negatywny wybór profilu zainteresowań lub po prostu niechęć i dystans od matematyki. Nauczanie szkolne koncentruje się na sprawności rachunkowej, rozumowaniu odtwórczym. Ale przecież sensownie zadane przez ucznia pytanie, a nie przytoczenie wzoru czy podanie treści twierdzenia ujawnia matematyczne myślenie. Brak zdolności do wyjścia poza mechaniczne techniki obliczeniowe, postrzegane jako izolowane sprawności, konstruowania własnych strategii postępowania w sytuacji nowej* D.Klus-Stańska i A. Kalinowska nazywają *bezmyślnością matematyczną*<sup>4</sup>. J. A. Paulos podaje konkretne sytuacje życiowe (z giełdy, sklepu, sali sądowej) w których brak matematycznej ogłady *naraża nas na niebezpieczeństwo nieświadomionej manipulacji lub nakłania nas do podjęcia błędnych decyzji*. Autor przeciwstawia się ignorowaniu matematyki przenikającemu nasze życie i budującemu matematyczny analfabetyzm<sup>5</sup>. W opracowaniu prezentuję własny głos w dyskusji na temat postulowanych zmian w nauczaniu matematyki przeciwdziałających niskim wynikom diagnoz oraz przejawom bezmyślności i analfabetyzmu matematycznego.

Mimo kolejnych reform polskiego systemu edukacyjnego w dalszym ciągu można zaobserwować **slabe rezultaty w zakresie posługiwania się przez uczniów wiedzą, umiejętnościami**. Od lat wyniki nie są zadawalające: *nikłe uwzględnienie indywidualizacji treści i metod kształcenia, jak również eksponowanie osiągnięć poznawczych uczniów w postaci wiadomości*<sup>6</sup>. W obrębie nauczania matematyki przyjęty kanon edukacji szkolnej, zorientowany na strukturę teorii, nie zaś na rozwijanie postaw intuicyjnych i pogładowych, implikuje, *potwierdzony badaniami empirycznymi, niski poziom ukształtowania wyobraźni przestrzennej uczniów*<sup>7</sup>. Doświadczenia E. Castelnuovo dotyczące intuicji geometrycznych związanych z pojęciem objętości, które opisał Bruno de Finetti<sup>8</sup>, ujawniły **dystans pomiędzy teoretyczną wiedzą szkolną, którą legitymuje się w tej chwili każdy, kto zdał maturę, a umiejętnością jej wykorzystania** oraz antycypacji i szacowania w konkretnych sytuacjach życiowych.

---

<sup>3</sup> K. Ciesielski, Z. Pogoda, *Królowa bez Nobla. Rozmowy o matematyce*, Demart, Warszawa 2013, s. 44.

<sup>4</sup> D. Klus-Stańska, A. Kalinowska, *Rozwijanie myślenia matematycznego młodszych uczniów*, Wydawnictwo Akademickie Żak, Warszawa 2004, s. 19.

<sup>5</sup> J. A. Paulos, *Analfabetyzm matematyczny i jego skutki*, przeł. J. Miękiś, GWO, Gdańsk 1999, s. 9.

<sup>6</sup> F. Bereźnicki, *Reforma edukacji narodowej – istotny problem społeczny*, „Toruńskie Studia Dydaktyczne”, 1997, nr 11, s. 41.

<sup>7</sup> D. Panek, A. Paradała, *Diagnozowanie wyobraźni przestrzennej uczniów i studentów*, w: Dydaktyka matematyki nr 21. Seria V. Kraków 1999, s. 80.

<sup>8</sup> B. Finetti, *Sztuka widzenia w matematyce*, PWN, Warszawa 1983, s. 11-13.

Fakt słabej kondycji nauczania matematyki nastawionego na jej użyteczność i kształcenie funkcji poznawczych uczniów wywołuje poruszenie nie tylko w środowiskach naukowych i oświatowych. **Zjawisko intensyfikacji płatnych korepetycji z matematyki** jest wyrazem nasilającej się bezradności szkoły oraz przyjęciem współodpowiedzialności rodziców za proces kształcenia dzieci. Badania prowadzone na całym świecie przez M. Braya ujawniły powszechność komercyjnych korepetycji z matematyki. W naszym kraju sytuacja w tym względzie jest fatalna, ale np. w Indiach 98,9% uczniów pobiera korepetycje z matematyki w stanie Kerala, a w stanie Uttar Pradeś, gdzie przedmiot ten nie należy do obowiązkowych (egzaminacyjnych), odsetek ten wynosi 73%<sup>9</sup>.

W **badaniu PISA 2015** średni wynik krajów OECD z matematyki wyniósł 490 punktów<sup>10</sup> (jest to wynik słabszy w stosunku do roku 2012 o 28 punktów i słabszy o 5 punktów w stosunku do roku 2009). W wynikach z roku 2012 odnotowano znaczną poprawę wyników polskich uczniów w zadaniach wymagających umiejętności złożonych, szczególnie rozumowania matematycznego i argumentacji oraz tworzenia strategii rozwiązania. W 2012 r. polscy uczniowie po raz pierwszy uzyskali w większości tych zadań wyniki lepsze od średnich wyników uczniów z krajów OECD. W roku 2012 nastąpiła poprawa wyników w zadaniach wymagających umiejętności rozumowania nastąpiła we wszystkich grupach uczniów, zarówno tych o najwyższych, jak i tych o najniższych umiejętnościach matematycznych<sup>11</sup>. Co prawda w badaniu PISA w roku 2015 odsetek uczniów o umiejętnościach poniżej poziomu 2 wzrósł w Polsce z 14,4% w 2012 roku do 17,2% w roku 2015, a odsetek uczniów na dwóch najwyższych poziomach umiejętności zmniejszył się z 16,7% do 12,2%, ale optymistyczne jest, że w roku 2012 polskim uczniom udało się po raz pierwszy uzyskać dla prawie każdego z najtrudniejszych zadań, wymagających rozumowania matematycznego, wynik taki sam lub lepszy od średniej OECD. Badanie PISA 2015 potwierdziło trwałość tego zjawiska<sup>12</sup>.

**Obowiązkowa matura z matematyki** przywrócona została w roku szkolnym 2009/10, po 25-letniej przerwie. Optymistyczne wypowiedzi i nadzieje związane z tą słuszną decyzją przyćmiewają niskie wyniki egzaminów maturalnych z matematyki w latach 2010-2018. Publikowane przez Centralną Komisję Egzaminacyjną wyniki testów szóstoklasistów

---

<sup>9</sup> M. Bray, *Korepetycje. Cień rzucany przez szkoły*, przeł. K. Chodzińska, ABC a Wolters Kluwer Business, Warszawa 2012, s. 37.

<sup>10</sup> M. Sitek (red.), *Program Międzynarodowej Oceny Umiejętności Uczniów OECD PISA. Wyniki badania 2015 w Polsce*, Ministerstwo Edukacji Narodowej, Warszawa 2015, s. 48.

<sup>11</sup> M. Fedorowicz (red.), *Program Międzynarodowej Oceny Umiejętności Uczniów OECD PISA. Wyniki badania 2012 w Polsce*, Ministerstwo Edukacji Narodowej, Warszawa 2012, s. 16.

<sup>12</sup> M. Sitek (red.), *Program Międzynarodowej Oceny Umiejętności Uczniów OECD PISA. Wyniki badania 2015 w Polsce*, Ministerstwo Edukacji Narodowej, Warszawa 2015, s. 56.

i gimnazjalistów również nie są powodem do optymizmu. Wśród przyczyn takiego stanu jest niewystarczające wsparcie dla nauczycieli matematyki w sytuacji, gdy dotychczasowe metody nie dały oczekiwanych rezultatów.

Analiza wyników matury w roku 2017 i 2018 przeprowadzona przez Centralną Komisję Egzaminacyjną<sup>13</sup> ujawnia dobre przygotowanie absolwentów liceów i techników w zakresie statystyki, ciągów liczbowych, średniej arytmetycznej, związków miarowych w figurach przestrzennych i własności kątów w kole. Większość maturzystów z roku 2017 rozwiązała poprawnie zadania, wymagające zastosowania konkretnego wzoru i odwołujące się do pojedynczych umiejętności z podstawy programowej oraz zadania do których dołączono rysunek i takie, w których sporządzenie rysunku ułatwiało rozwiązanie. Najlepsze wyniki zdający w roku 2018 uzyskali w zadaniach zamkniętych: z rachunku prawdopodobieństwa, obliczeń procentowych oraz z ciągów liczbowych. Uczniowie dobrze radzili sobie z badaniem równoległości prostych na podstawie ich równań kierunkowych oraz dobrze rozpoznawali niektóre własności funkcji kwadratowej na podstawie podanej postaci iloczynowej lub postaci ogólnej.

Analiza jakościowa rozwiązań zadań maturalnych w latach 2017-18 ujawniła wiele błędów rachunkowych, co wpłynęło na brak uzyskania poprawnego rozwiązania, kłopoty z interpretacją zadań i otrzymanych wyników świadczące o braku dostatecznego zrozumienia pojęć i własności obiektów matematycznych. Słabo wypadły rozwiązania zadań z planimetrii i stereometrii, a także z geometrii analitycznej.

Sporym kłopotem dla uczniów okazały się zadania wymagające uzasadnienia, przeprowadzenia dowodu oraz wymagające nieszablonowych działań oraz operowania na obiektach abstrakcyjnych. Zdający nie mieli w pełni opanowanej umiejętności tzw. uzmienniania stałej i uogólniania, nie potrafili pracować na wartościach abstrakcyjnych. Powtarzające się uwagi dotyczące trudności w rozwiązywaniu zadań wymagających dowodzenia, uzasadniania rozumowania prowadzą do wniosku, że prawdopodobnie elementy logiki matematycznej powinny być przywrócone w dawnej formie (wydzielonego działu na początku edukacji ponadpodstawowej). Uczniowie nie ujawnili dostatecznie opanowanych reguł wnioskowania, ani sensu rozumowania przyczynowo-skutkowego. Podobnie można sądzić o konieczności poprawy sprawności rachunkowej młodzieży oraz umiejętności rozwiązywania zadań z geometrii.

---

<sup>13</sup> W. Kozak (red.), *Sprawozdanie z wyników egzaminu maturalnego w roku 2017. Matematyka*. Centralna Komisja Egzaminacyjna, Warszawa, 2017, W. Kozak (red.), *Sprawozdanie z wyników egzaminu maturalnego w roku 2018. Matematyka*. Centralna Komisja Egzaminacyjna, Warszawa, 2018.

Zestawienie słabych wyników kształcenia matematycznego z przeświadczeniem o powadze takiej sytuacji rysuje pewien konflikt. Społeczeństwo pozornie docenia sens nauczania myślenia matematycznego, ale z drugiej strony – próbuje za pomocą uwarunkowań prawnych wyegzekwować poznanie jedynie pewnej ilości matematycznych pojęć i twierdzeń oraz biegłość w rachowaniu i rozwiązywaniu zadań algorytmicznych. Zostaje zaniedbywana ogólna refleksja nad matematycznością świata i użytecznością matematyki. **Zaniedbywana jest kultura matematyczna** obejmująca obok ogólnej sprawności rachunkowej zrozumienie ciągłego przejścia w poszczególnych dyscyplinach matematyki między matematyką-nauką i matematyką szkolną, posługiwanie się językiem matematyki, umiejętność wybierania odpowiednich metod przy rozwiązywaniu zadań, dowodzenie, wprowadzanie pojęć, wyobraźnię, twórczość i zdolność postrzegania piękna<sup>14</sup>.

Zarysowany na kilku płaszczyznach kryzys postrzegania i nauczania matematyki prognozuje fatalne skutki w odniesieniu do potrzeb wykształcenia profesjonalnych inżynierów, lekarzy, ekonomistów, a także artystów, prawników czy projektantów. Społeczeństwo potrzebuje wysokiej klasy kadr technicznych, sprawnych i dobrze wyposażonych intelektualnie decydentów, osób, które obok znajomości matematycznej materii sprawnie posługują się schematami logicznymi, mają świadomość sensu rozwiązywanych problemów i wykonywanych obliczeń, krytycznie i refleksyjnie odnoszą się do uzyskanych wyników, a jednocześnie są twórczy, aktywni poznawczo, wrażliwi na piękno, otwarci. Wypływa stąd wniosek o koniecznej potrzebie społecznej kształcenia kultury matematycznej w oparciu o nowe metody i środki.

Problematyka prowadzenia ucznia i rozwijania jego myślenia jest ściśle związana z **językiem matematyki**. Dysonans pomiędzy świetnymi wynikami podczas indywidualnych korepetycji w domu a fatalnymi ocenami uzyskiwanymi na egzaminach zewnętrznych lub na sprawdzianach w szkole wskazuje m.in. na niedostatecznie opanowany język matematyki. Sugeruje również istotną rolę, nazywanego przez E. Gruszczyk - Kolczyńską w kontekście wspierania w rozwoju i edukacji małych dzieci uzdolnionych matematycznie, *otulania ucznia dobrymi emocjami*<sup>15</sup>. Odnosząc się do rozważań na temat znaczenia języka matematyki w kształceniu szkolnym, zauważmy, że składa się on z dwóch zasadniczych komponentów: zespołu funkcji umożliwiających zrozumienie i interpretowanie treści odwołujących się do matematyki wyrażonych przez kogoś i z właściwości własnych, które powodują, że myśl

---

<sup>14</sup> F. Kurina, *Kultura matematyczna nauczyciela matematyki*, w: Matematyka. Społeczeństwo. Nauczanie, nr 6/1991, s. 30.

<sup>15</sup> E. Gruszczyk - Kolczyńska (red.), *O dzieciach matematycznie uzdolnionych. Książka dla rodziców i nauczycieli*, Nowa Era, Warszawa 2012, s. 128-130.

ukształtowana przez nas staje się komunikatywna również dla innych osób. W kontekście problemów związanych z procesem nauczania matematyki w szkole podstawowej i średniej szczególną rolę odgrywa kształcenie obu komponentów języka matematycznego. Nieprawidłowości i braki w poprawnym posługiwaniu się terminologią, nieznanie sensu spójników zdaniotwórczych, znaczenia twierdzeń, określeń i własności a także nie w pełni rozwinięte umiejętności dokonywania analizy tekstu mówionego i pisanego stanowią poważną przeszkodę w uczeniu się matematyki. Prowadzone przeze mnie badania eksperymentalne ujawniły pozytywny wpływ stosowania nowej koncepcji nauczania matematyki opartej na wprowadzeniu do procesu dydaktycznego fotografii na rozwój obu komponentów języka matematycznego uczniów klas gimnazjalnych. Podwójne kodowanie (obraz fotograficzny, tekst opisu lub tytuł nadany w toku konstruktywistycznej *negocjacji znaczeń*<sup>16</sup>) implikują konieczność rozwijania komunikowania poznawczego. Uczniowie podczas poszczególnych etapów procesu interioryzacji dokonują tzw. *czytania* fotografii, *interpretowania i komentowania*. W ten sposób dostrzegają, i formułują matematyczne problemy. Proces interioryzacji jest podstawowym instrumentem w rękach nauczyciela, prowadzi bowiem ucznia od znanych mu czynności konkretnych do abstrakcyjnej myśli matematycznej czyli czynności wyobrażeniowych. Właściwe użycie tego instrumentu przedstawię na przykładzie fotoedukacji: *Czytanie fotografii* poprzedza elementarna aktywność nauczyciela związaną ze *zorganizowaniem sytuacji dydaktycznej*, w której następuje zainteresowanie ucznia. W pierwszej chwili *czytanie* obejmuje proces wodzenia wzrokiem po dominantach obrazu. Odczytanie na poziomie konkretnym, pozbawionym abstrakcyjnych nazw, metafor, bez ujawnienia związków i zależności zawsze rozpoczyna proces prowadzący do samodzielnego stawiania problemów przez ucznia. Rekonstrukcja formalnej kompozycji obrazu fotograficznego *wytwarza pierwszoplanowe ramy jego interpretacji*<sup>17</sup>. Rola nauczyciela na poziomie odczytania zdjęcia polega na zorganizowaniu pola spostrzeżeniowego, na interwencji polegającej na nadaniu kierunku interpretacyjnego w stronę wiedzy. Uczeń wkracza na poziom, na którym zaczyna dostrzegać i nazywać obiekty matematyczne przedstawione w fotograficznej reprezentacji i kieruje się od interpretacji realistycznej w stronę interpretacji formalnej. To niesłychanie ważny i zarazem trudny etap pracy, w którym najpełniej kształtuje się dualizm pojęć i ich nazw. W takich sytuacjach (dotyczących przejścia pomiędzy dosłownym opisem zdjęcia, a opowieścią dotyczącą jego

---

<sup>16</sup> D. Klus - Stańska, *Dydaktyka wobec chaosu pojęć i zdarzeń*, Żak, Warszawa 2010, s. 313.

<sup>17</sup> R. Bohnsack, *Dokumentarna interpretacja obrazu - w stronę rekonstrukcji ikonicznych zasobów wiedzy*, W: S. Krzychała (red.), *Spoleczne przestrzenie doświadczenia – metoda interpretacji dokumentarnej*, Wydawnictwo Naukowe DSWE, Wrocław 2004



matematycznego sensu) najlepiej rozwija się uczniowską zdolność do operowania językiem matematyki.

Jako warunek konieczny kultury matematycznej ucznia i nauczyciela<sup>18</sup> język matematyki jest bezpośrednio związany z matematycznym tekstem. Charakteryzuje się: abstrakcyjną dziedziną przedmiotową, *przewagą połączeń typu implikacyjnego nad połączeniami międzyczdaniowymi koniunkcyjnymi, (...) szczególną rolą kwantyfikatorów, brakiem typowych środków ekspresji obecnych w tekstach humanistycznych, stosowaniem metod właściwych ze względu na charakter badanych przedmiotów i specyficzną formą redakcyjną*<sup>19</sup>. Dlatego **opanowanie poprawnego języka matematyki sprawia uczniom spore kłopoty**. Podręczniki do matematyki czyta się wolno, pozostawiając sobie czas na podążanie myśli za treścią przedstawioną w sposób symboliczny: *efektywna lektura matematycznego tekstu wymaga dużego wysiłku, niejednokrotnie twórczego, wymaga bowiem specyficznej współpracy czytelnika z autorem. Przetworzenie treści matematycznej danej przez autora we własną konstrukcję myślową czytelnika jest warunkiem absolutnie koniecznym dla zdobywania na tej drodze operatywnej, użytecznej wiedzy*<sup>20</sup>. Do opanowania języka matematyki potrzebny jest czas (na przetworzenie informacji) i miejsce (np. w zeszyte na wykonanie rysunku, grafu, wykresu, na sformułowanie odpowiedzi). Stosowane powszechnie na wszystkich poziomach nauczania **ćwiczenia do matematyki** skutecznie oduczają uczniów czytania ze zrozumieniem, właściwego interpretowania treści zadań. Technika wypełniania wolnych miejsc, zaznaczania prawidłowej odpowiedzi, umieszczania elementów rysunków nie sprzyja nauce właściwego gospodarowania powierzchnią przeznaczoną na rozwiązanie, podpisywania liczb wielocyfrowych przy mnożeniu pisemnym lub dzieleniu pisemnym z resztą, rozróżnieniu zależności addytywnych i multiplikatywnych, nazywania wyrażeń algebraicznych typu kwadrat sumy, suma kwadratów, rozróżniania figur osiowo i środkowo symetrycznych. Według relacji nauczycieli uczniowie rozpoczynający naukę w szkole średniej często nie znają nazw liczb i wyników dodawania, odejmowania, mnożenia, dzielenia; mylą skracanie i redukcję wyrazów podobnych, nie rozróżniają nazw pojęć figur geometrycznych.

M. Zawadowski podkreśla rozumienie języka matematyki nawet na nieformalnym poziomie. Zaznacza przy tym, że ważniejsze jest *czucie jawnych i niejawnych umów oraz*

---

<sup>18</sup> M. Makiewicz, *O fotografii w edukacji matematycznej. Jak kształtować kulturę matematyczną uczniów*, KMDM US, Szczecin 2013, s. 36.

<sup>19</sup> J. Konior, *Budowa i lektura tekstu matematycznego. Podstawy nauki czytania tekstów matematycznych w szkole*, W: J. Żabowski (red.), *Materiały do studiowania dydaktyki matematyki*. Cz. 4, Wydawnictwo Uniwersytetu Śląskiego, Katowice 1998.

<sup>20</sup> Z. Krygowska, *Zarys dydaktyki matematyki*, cz. 2. WSiP, Warszawa 1977, s. 15.

zrozumienie *semantycznego sensu wypowiedzi*. Tak rozumiany język matematyki *określa szerzej niż jedynie system znaków, gdyż język – pomaga stwarzać świat*<sup>21</sup>. Przykładowo uczeń, który mówi o ośmiu "rogach" czy "dziubkach" sześcienniej kostki prawdopodobnie dobrze rozumie, choć nie potrafi używać pojęcia *wierzchołki*. Opanowanie przez uczniów, zarówno bierne, jak i czynne, języka matematyki jest nie tylko warunkiem koniecznym dalszego kształcenia się, ale wzbogaca także ich kulturę językową, pozwala na wypowiadanie swoich myśli w sposób przejrzysty, precyzyjny. Umożliwia porozumiewanie się na lekcjach matematyki zarówno uczniów między sobą, jak również nauczyciela z uczniami, umożliwia zarówno zrozumienie i dokonanie właściwej interpretacji treści zadania, jak również pozwala przekazać innym w formie pisanej lub słownej myśli własnych. Bez dobrze wykształconego języka matematyki nie można w pełni komunikować się w zakresie matematycznych problemów, nie można przedstawić poprawnego rozwiązania problemu, nawet jeśli pojęcia są opanowane, a pomysł jest dobry. Niezrozumienie treści zadania lub niemożność sformułowania poprawnej odpowiedzi w sytuacji egzaminu (np. matury) stanowi poważne utrudnienie, a czasami wręcz uniemożliwia rozwiązanie problemu.

Z tych powodów aktywne kształtowanie poprawnego języka matematycznego przez właściwe, racjonalne używanie symboli i schematów matematycznych, poprawne wykonywanie zapisów przy rozwiązywaniu zadań, korygowanie wypowiedzi uczniów, ocenianie użytych przez nich sformułowań jest jednym z najważniejszych ogólnych celów nauczania matematyki już od IV klasy szkoły podstawowej. Pomimo ogromnej różnicy między językiem matematyki szkolnej a językiem naturalnym w nauczaniu matematyki *języki te wzajemnie się przenikają i uzupełniają*<sup>22</sup>.

W dydaktyce matematyki zarówno formalna poprawność jak również komunikatywność odgrywa szczególną rolę. *Metajęzyk matematyki* wyraża zależności pomiędzy różnymi zmiennymi, wartościami, funkcjami, opisującymi te części rzeczywistości, do których odnosi się matematyka, *zawiera formy zapisu definicji różnych obiektów matematycznych, ich własności, prawidłowości, techniki przekształcania wyrażeń, dowody zależności*<sup>23</sup>. Matematyczny język ucznia nie kształtuje się wyłącznie podczas spotkania z mistrzem, nawet podczas najlepszej lekcji matematyki czy lektury dobrej książki. Jest to proces długotrwały, obejmujący również okres przedszkolny i wczesnoszkolny i cały cykl kształcenia. *Już we wczesnym dzieciństwie słowa nabierają sensu, jest to początek bardzo*

---

<sup>21</sup> M. Zawadowski, *Czy matematyka daje nam język?*, *Matematyka* 3/1996, s. 140-144.

<sup>22</sup> H. Kąkol, *Co dalej z dydaktyką matematyki?*, *Wiadomości Matematyczne* 46(2) 2010, s. 201.

<sup>23</sup> R. L. Baber, *The Language of Mathematics: Utilizing Math in Practice*, Wiley, New Jersey 2011, s. 11.

ważnego okresu rozwojowego, gdyż znaczenia słów są zarówno jednostką mowy – obu jej funkcji: komunikacyjnej i intelektualnej, jak i myślenia<sup>24</sup>. Spiralny charakter programu nauczania matematyki charakteryzuje się dopasowaniem do stopniowego rozwoju procesów poznawczych dziecka. **Pominięcie etapu dotyczącego poznania za pomocą konkretnego i obrazu w okresach poprzedzających naukę w szkole średniej oraz rozpoczęcie procesu kształtowania pojęć głównie za pomocą reprezentacji słownej** J. Turner i D. Helms<sup>25</sup> traktują jako fatalne utrudnienie.

Język matematyczny jest ścisły i konkretny. Uczy filtrowania treści pod względem istotności, wyczuła na redundancję informacji zawartych w wypowiedziach. Na tego rodzaju redukcję oraz dystans zwracał uwagę J. Bruner, podkreślając, że *uczenie się upraszczania to jakby wspieranie się na własne ramiona po to, aby spojrzeć w dół na to, co właśnie zrobiliśmy, i by móc to sobie opisać*<sup>26</sup>. Język matematyki wyraża myślenie analityczne. Operuje symbolami, pomagającymi opisać formalną strukturę nauki, do poznania której prowadzą różne drogi. Dzięki uporządkowanemu zapisowi formalnemu matematyka stała się uniwersalnym językiem poznania. Dla Galileusza miała być *alfabetem przyrody*<sup>27</sup> zapisanym w *wielkiej księdze wszechświata, na który otwieramy oczy*<sup>28</sup>.

Kolejny mankament edukacji matematycznej dostrzegam w **niewłaściwym akcentowaniu utylitarne go charakteru kompetencji kształconych przez matematykę oraz niedostrzeganiu tzw. wartości społecznych**. W badaniach opinii o przydatności wiedzy i umiejętności matematycznych po ukończeniu szkoły średniej wzięły udział następujące grupy: nauczycieli matematyki, uczniów klas maturalnych i studentów<sup>29</sup>. Badania wskazały wysoką ocenę znaczenia *kultury matematycznej* dla wszystkich absolwentów (niezależnie od wyboru kierunku dalszego kształcenia) oraz niskie wykorzystanie wiedzy i umiejętności matematycznych (zarówno z zakresu podstawowego jak i rozszerzonego) przez osoby, których przyszłość nie będzie związana z matematyką. Do najczęściej wskazywanych wartości rozwijanych przez edukację matematyczną przydatnych w dorosłym życiu wszystkie trzy grupy badanych zaliczyły:

- Krytyczne weryfikowanie otrzymanych wyników,

---

<sup>24</sup> B. D. Gołębiak, *Język – myślenie – uczenie się. Co z tej triady może wyniknąć dla nauczyciela?*, w: B. D. Gołębiak, G. Teusz (red.), *Edukacja poprzez język*, CODN, Warszawa 1996, s. 14.

<sup>25</sup> J.S. Turner i D.B. Helms, *Rozwój człowieka*, przeł. L. Wojciechowska, WSiP, Warszawa 1999, s. 304-305.

<sup>26</sup> J.S. Bruner, *O poznawaniu. Szkice na lewą rękę*, przeł. E. Krasieńska, PIW, Warszawa 1971, s. 135.

<sup>27</sup> J. Życiński, *Dramat i mit w sprawie Galileusza*, Gradient 6(39)/1997, s. 352.

<sup>28</sup> K. Skurzyński, *O matematyce nie tylko poważnie. Materiały pomocnicze do nauczania matematyki*, Nowik, Opole 2010, s. 34; T. Nadzieja, *Galileusz (1564-1642)*, *Matematyka* 2/2005, s. 68-73.

<sup>29</sup> próba badawcza liczyła 240 osób

- Odróżnianie danych zależności od i szukanych,
- Formułowanie hipotez i potrzeba ich weryfikacji ,
- Umiejętność dostrzegania problemów, wrażliwość na prawidłowości otaczającego świata,
- Logiczne wnioskowanie,
- Rozumowanie nie wprost,
- Umiejętność argumentowania,
- Umiejętność analizowania i syntezy,
- Umiejętność abstrahowania,
- Umiejętność modelowania i symulowania zjawisk.

Opinie przedstawicieli nauczycieli matematyki, uczniów klas maturalnych i studentów były zbieżne - do najważniejszych wartości kształtowanych przez edukację matematyczną przydatnych po szkole wszystkim absolwentom należały wymienione wartości społeczne.

Badani uczniowie Liceum Ogólnokształcącego<sup>30</sup> w wypowiedziach pisemnych wskazali szerokie walory edukacji matematycznej. Nie koncentrowali się na użyteczności dziedzinowej, lecz przede wszystkim na tzw. **wartościach społecznych dyscypliny**. Uczniowie najczęściej podkreślali duży wysiłek związany z opanowaniem materiału, poznaniem pojęć, twierdzeń, sposobów rozwiązywania zadań, który owocował poczuciem dużej satysfakcji, radości, samorealizacji. O swoich odczuciach związanych z pokonaniem trudności wypowiadali się w kategoriach "odczuwania mądrości" oraz "przeświadczeniu o zdolności do samodzielnych odkryć". Uważam, że wskazanie przez licealistów wartości ostatecznych (w terminologii Milтона Rokeacha) jest bardzo ważnym rezultatem badawczym. Wskazuje bowiem na ich wysoką dojrzałość poznawczą oraz świadomość uniwersalizmu matematyki. W wypowiedziach uczniów wyróżnione zostały walory ponaddziedzinowe matematyki, takie jak: umiejętność analizowania problemów, prowadzenia rozumowania przyczynowo-skutkowego, dbałość o precyzję wypowiedzi własnej i dostrzeganie błędów w wypowiedziach innych osób, rozumowanie nie wprost, umiejętność syntetyzowania, uogólniania, dostrzegania i sprawdzania analogii. Uczniowie widzą w matematyce szkolnej nie tylko wartości poznawcze (*znam pojęcia, twierdzenia, umiem rozwiązać równanie*), ale przede wszystkim wartości instrumentalne: moralne (*np. dążenie do poznawania prawdy, zachowanie praw logiki*), kompetencyjne<sup>31</sup>: *rozwijanie ambicji własnych, przekraczanie*

<sup>30</sup> Badania prowadzone w latach 2017-18 wśród 60 uczniów klas II i III LO o profilu matematyczno-informatycznym, badania sondażowe

<sup>31</sup> M. Rokeach, *The Nature of Human Values*. The Free Press. A Division of Macmillan Publishing, New York - London, 1973, s. 7-8.

*samego siebie, rozwijanie zdolności, poczucia odpowiedzialności oraz wartości ostateczne określające stan finalny dążeń ludzkich*<sup>32</sup>, takie jak *poczucie harmonii, radości dokonania, mądrości, zadowolenia, wzmocnienie zabezpieczenia przed oszustwami czy manipulacją*. Aby sprostać zadaniom o wysokim stopniu trudności uczniowie wskazują potrzebę cierpliwości, systematycznej pracy oraz umiejętności wyboru optymalnej drogi rozwiązania problemu (*myślenie dywergencyjne, rozwiązywanie zadań wieloma sposobami*). Wielu badanych uczniów (i to jest niezwykle optymistyczne) odczuwa nobilitację społeczną wynikającą z dobrego rozumienia matematyki. Podniesienie społecznej rangi matematyki w grupie nastolatków stanowi przykład dokonujących się w społeczeństwie zmian. Jesteśmy świadkami modyfikacji systemu wartości społecznych. Wypowiedzi uczniów świadczą o **pojawiającej się świadomości przewagi znaczenia nauczania sposobów rozumowania nad pamięciowym opanowaniem treści**. W świetle przeprowadzonych badań sondażowych wśród licealistów można przypuszczać, że znajomość matematyki zaczyna być uznawana społecznie, staje się modna. W wielu środowiskach negatywnie ocenia się tego, kto publicznie obnosi się ze swoją niewiedzą lub ignorancją matematyczną. Z powszechnego dystansowania się od matematyki powoli przenosimy się do uznania jej za powszechne narzędzie myślenia. Wyniki badań jedynie sygnalizują problem, sądzę że warto zbadać i zweryfikować przypuszczenia o podnoszącej się społecznej świadomości użyteczności matematyki szkolnej w skali całego kraju.

W świetle ustaleń dotyczących problemów związanych z nauczaniem matematyki począwszy od IV klasy szkoły podstawowej wyrażam propozycje dokładniejszego zbadania kilku zjawisk pedagogicznych.

- Podstawa programowa kształcenia ogólnego określa cele kształcenia, treści oraz warunki i sposób realizacji w odniesieniu do wszystkich szkół ponadpodstawowych. Tymczasem liczby godzin w szkołach wieczorowych, liceach ogólnokształcących i technikach są różne. Sądzę, że warto dokładnie zbadać ramowe programy nauczania matematyki i ew. zmodyfikować liczby godzin na realizację celów i treści kształcenia w poszczególnych typach szkół.
- Corocznie publikowane przez Centralną Komisję Egzaminacyjną sprawozdania z egzaminów maturalnych przedstawiają rzetelne analizy dokonane na próbie badawczej uczniów przystępujących do matury, Nie uwzględniają jednak uczniów, którzy

---

<sup>32</sup> Cz. Matuszewicz, *Psychologia wartości*, PWN, Warszawa 1975, s. 64.

zrezygnowali z przystąpienia do egzaminu. Warto, moim zdaniem, zbadać poszczególne typy szkół pod względem wskaźnika przystępujących do matury abiturientów oraz przyczyn rezygnacji uczniów z udziału w egzaminach w poszczególnych typach szkół.

- Podstawowymi publikacjami wykorzystywanymi w edukacji matematycznej są dopuszczone do użytku szkolnego podręczniki i zbiory zadań. Wydaje się zasadne zbadanie użyteczności stosowanych powszechnie ćwiczeń do matematyki w kontekście samodzielnego rozwiązywania zadań, kształcenia umiejętności sporządzania notatek, analizowania treści zadań i samodzielnego wyodrębnienia danych, szukanych i doboru sposobu rozwiązania problemu, formułowania odpowiedzi. Sygnały zgłaszane przez nauczycieli matematyki pozwalają na sformułowanie przypuszczenia o negatywnym wpływie pracy z ćwiczeniami do matematyki na rozwój samodzielnej pracy ucznia.
- Przygotowaniem do zawodu nauczyciela zajmują się uczelnie wyższe z akredytowanymi kierunkami nauczycielskimi. Do nauczania matematyki poczynając od IV klasy szkoły podstawowej przygotowują zazwyczaj Zakłady Dydaktyki Matematyki przy Instytutach Matematyki uczelni wyższych. Studenci, którzy w przyszłości chcą pracować w klasach I-III kończą pedagogikę wczesnoszkolną zlokalizowaną najczęściej w Instytutach Pedagogiki. Podczas studiów wyższych mogą w ogóle nie spotkać się z matematykami i dydaktykami matematyki, gdyż zajęcia dydaktyczne (w tym edukację matematyczną) prowadzą pracownicy instytutów pedagogiki. Nauczanie wczesnoszkolne obejmujące klasy I-III nie ma wydzielonej części matematycznej. Nauczyciele w sposób zintegrowany zajmują się kształceniem dzieci w okresie pomiędzy przedszkolem a klasą IV. Sugeruję przeprowadzenie badań wśród nauczycieli klas I-III mających na celu weryfikację potrzeby uzupełnienia umiejętności z podstaw matematyki oraz rozszerzenia wiedzy matematycznej, szczególnie wśród osób, które nie zdały matury z matematyki.

## Rekomendacje

- Z pełnym przekonaniem rekomenduję **pozostawienie matury z matematyki w zakresie podstawowym jako egzaminu obowiązkowego** dla wszystkich abiturientów. Uważam, jednak że egzamin obowiązkowy powinien spełniać następujące kryteria:
  1. *przewidywalość* (w zakresie treści programowych oraz języka formułowania problemów),
  2. *nietrywialność* (zadania oczywiste nie spełniają roli diagnostycznej natomiast wprowadzają ucznia w zakłopotanie i nakłaniają do poszukiwania tzw. haczyków

*podchwytliwych intencji. W konsekwencji uczniowie zniechęcają się, opuszczają zadanie lub rozwiązanie wybierają losowo)*

*3. **użyteczność** (zadania powinny być interesujące, współczesne i powinny mieć odniesienie do wątków realistycznych),*

*4. **adekwatność** w stosunku do treści, metod i technik dydaktycznych stosowanych podczas cyklu edukacyjnego (dostosowanie czasu pracy ucznia do liczby zadań).*

- Pod względem treści uważam, że egzamin na poziomie podstawowym powinien obejmować zagadnienia z elementów logiki, z zastrzeżeniem wcześniejszego przywrócenia (w sensownym wymiarze jako wydzielonego działu) tych treści do obowiązkowego cyklu nauczania. Proponuję dokonać korekty podstawy programowej kształcenia ogólnego w zakresie matematyki w szkole ponadpodstawowej. Przywrócić elementy logiki matematycznej w podstawie programowej: w stosunku do V celu ogólnego (Rozumowanie i argumentacja) wprowadzić treści nauczania obejmujące zarówno w zakresie podstawowym jak i rozszerzonym elementarne zagadnienia logiki matematycznej.
- Postuluję dokonać korekty w podstawie programowej szkoły podstawowej i ponadpodstawowej oraz ramowych planach nauczania uwzględniającej korelację treści nauczania i czasu na ich realizację.
- Uważam, że słuszne podjęcie intensywnych działań wspomagających z metodyki interioryzacji oraz z kształcenia języka matematycznego adresowanych do nauczycieli matematyki na wszystkich poziomach edukacji.
- Uczeń na każdym etapie kształcenia powinien mieć prawo do korzystania z pomocy nauczyciela. Na zajęciach wyrównawczych ma uzyskać wskazówki, wyjaśnienia. Dzisiaj najczęściej na tzw. zajęciach wyrównawczych organizowane są sprawdziany poprawkowe, do których uczeń jest zobowiązany w wewnątrzszkolnym systemie oceniania,
- Egzamin maturalny na poziomie rozszerzonym przede wszystkim ma za zadanie sprawdzić stopień przygotowania do kontynuowania kształcenia na poziomie wyższym w zakresie nauk ścisłych, ekonomicznych, inżynierskich. Powinien być przygotowany w taki sposób, aby uczeń dobry (osiągający w cyklu kształcenia dobre wyniki nauczania) miał wysokie szanse na uzyskanie wyniku uznawanego przez uczelnię jako wystarczającego do przyjęcia na cieszące się dużym zainteresowaniem kierunki studiów

- np. na informatykę, zarządzanie, ekonomię czy prawo. Słabe wyniki tzw. dobrych uczniów, często dodatkowo pobierających płatne korepetycje, świadczą o braku korelacji czasu i zakresu egzaminu, szczególnie widoczne to jest na poziomie rozszerzonym.

- Uważam, że niedopuszczalne jest podwyższanie poziomu trudności poprzez niedostosowanie czasu pracy do liczby i poziomu trudności zadań. Egzamin z matematyki na obu poziomach powinien być prowadzony w przyjaznej atmosferze, powinien zagwarantować uczniowi możliwość wygospodarowania czasu na zastanowienie się, dokonanie sprawdzenia. Nie bez znaczenia jest sposób przeprowadzenia egzaminu. Na komfort psychiczny zadającego składa się wiele czynników, których spełnienie wpłynie później na odczucie satysfakcji z pokonania trudności.
- Z perspektywy nauczyciela akademickiego wyżej oceniam rzetelne opanowanie zagadnień podstawowych przez studentów lat pierwszych niż pobieżną realizację podstawy programowej. Ze względu na pośpiech, nieadekwatny czas na realizację treści programowych pojawiają się złe nawyki. Uważam za sensowne **zmodyfikowanie wykazu treści programowych na poszczególnych etapach kształcenia i zwiększenie czasu na realizację programu w taki sposób aby nauczyciel miał czas na utrwalenie materiału, spiralny powrót do treści nauczanych wcześniej, rozwiązywania zadań łączących treści z różnych działów, dostosowanie metod kształcenia do preferencji poznawczych uczniów**. Uwaga ta dotyczy wszystkich poziomów kształcenia, przede wszystkim dwóch najstarszych klas szkoły podstawowej. Nadmierne trudności z matematyki u absolwentów podejmujących studia wyższe niwelowane są już od kilku lat na wielu kierunkach poprzez organizowane zajęcia wyrównawcze, kursy uzupełniające dla studentów lat pierwszych.
- **Z pełnym przekonaniem uważam, że należy wysoko cenić nauczycieli**, którzy wspierają rozwój zainteresowań poznawczych i artystycznych uczniów. Szczególnie tych, którzy pracują z uczniami uzdolnionymi prowadząc koła zainteresowań, szczególnie interdyscyplinarne (np. koło statystyczne, koło logików, koło przyszłych architektów, matematyki i sztuki, matematyki z fotografią, grafiki i geometrii itp). Zajęcia łączące matematykę z obszarami sztuki, kultury do tej pory w polskich szkołach należą do rzadkości, są niedoceniane, a przecież właśnie one w sposób harmonijny pobudzają



pracę obu półkul mózgowych<sup>33</sup>. Synchronizacja obu półkul warunkuje *zjawisko hipermnezji, czyli nadpamięci oraz możliwość uzyskania nadeфекtów uczenia się i rozwoju wzwyz<sup>34</sup>*.

- Poza tym **proponuję nagradzać nauczycieli którzy pomagali uczniom w uzyskaniu wysokich wyników egzaminu maturalnego**, uzyskaniu tytułu finalisty lub laureata Olimpiady Matematycznej, a także innych znaczących konkursów. Proponuję aby docenić pracę opiekunów stypendystów Krajowego Funduszu na Rzecz Dzieci oraz innych form wspierania uzdolnień uczniów. Sposób premiowania nauczycieli może być różnorodny (dodatek do wynagrodzenia, premia, nagroda, zaproszenia na nieodpłatne kursy, szkolenia, konferencje, nagroda rzeczowa, dyplom itp.). W celu wskazania najbardziej oczekiwanej gratyfikacji dodatkowej pracy nauczycieli należałoby przeprowadzić badania sondażowe.
- Proponuję **wykorzystać potencjał dydaktyczny dobrych nauczycieli matematyki** zapraszając ich (na koszt szkół lub organów prowadzących) do udziału w konferencjach metodycznych, naukowych w charakterze wykładowców, a także uczestników - w wybranych przez nauczycieli formach aktywności zawodowej. Uważam, że dla każdego nauczyciela matematyki powinien być przygotowany pakiet dydaktyczny składający się z zatwierdzonych przez MEN podręczników, zbiorów zadań oraz literatury popularno-naukowej związanej z matematyką i jej nauczaniem.
- W celu zapewnienia stałego kontaktu nauki z oświatą, bieżącej aktualizacji treści, metod i zasad nauczania rekomenduję **umożliwienie wyróżniającym się, chętnym nauczycielom matematyki prowadzenie pracy badawczej oraz przygotowanie doktoratów z zakresu dydaktyki matematyki**. W chwili obecnej dysertacje z dydaktyki przedmiotowych słusznie przypisane są do dyscypliny pedagogika, ale niestety należą do rzadkości. Chętnych do rozwoju naukowego nauczycieli jest wielu, problem w tym, że trudno jest pogodzić pracę w szkole i udział w studiach doktoranckich. Wydaje się sensowne ogłaszanie konkursów dla nauczycieli na realizację najciekawszej koncepcji doktoratu z tzw. wolnej stopy. Nagrodą w konkursie może być pokrycie kosztów

---

<sup>33</sup> J. Gnitecki, *Wstęp do ogólnej metodologii badań w naukach pedagogicznych*, tom 2, *Tworzenie wiedzy o edukacji w naukach pedagogicznych*, Wydawnictwo Naukowe UAM, Poznań 2007, s. 274.

<sup>34</sup> J. Gnitecki, *Supernauczanie. Perspektywy nowej edukacji*, Wydawnictwo Naukowe PPT, Poznań 1998, s. 17.

przeprowadzenia procedury doktoryzowania, zakup literatury, środki na badania lub zwolnienie z części obowiązków w szkole przy utrzymaniu poziomu wynagrodzenia.

- W okresie wprowadzenia reformy szkolnictwa wyższego niezbędne jest określenie w strukturach uczelni jednostek kształcenia nauczycieli. Uważam, że przy wydziałach lub instytutach matematyki uczelni wyższych powinny powstać zakłady (lub katedry) dydaktyk przedmiotowych, które zapewnią wysoki poziom wiedzy merytorycznej oraz doskonale przygotowanie dydaktyczne przyszłych nauczycieli matematyki. Uważam za korzystne zatrudnianie w tych zakładach na stanowiskach asystentów lub specjalistów doświadczonych, wybitnych nauczycieli (w tym również emerytowanych). Najlepiej aby w zakładach dydaktyki matematyki uczelni wyższych zatrudniony był nie tylko dydaktyk i nauczyciel, ale również pedagog, psycholog oraz technik zajmujący się przygotowaniem środków dydaktycznych i środków technologii informacyjnej. Wtedy zespoły specjalistów będą mogły prowadzić kompleksowe i spójne przygotowanie do zawodu nauczyciela matematyki (przygotowywać zajęcia dydaktyczne, seminaria i konferencje dla studentów i nauczycieli, praktyki zawodowe, konsultacje, prowadzić dydaktyczne koła studenckie). Uważam za konieczne wprowadzenie uregulowań określających kwalifikacje osób kształcących przyszłych nauczycieli matematyki. Nie wystarczą ukończone studia magisterskie, ale wymagane powinno być również doświadczenie szkolne (np. stopień awansu zawodowego, publikacje z dydaktyki matematyki, udział w konferencjach dydaktycznych). Niedopuszczalne jest, moim zdaniem, praktykowane dziś przydzielanie zajęć z dydaktyki matematyki osobom bez wskazanych kwalifikacji.
- Proponuję ujednoczyć system kształcenia nauczycieli matematyki w Polsce w zakresie organizacji zawodowych dydaktycznych praktyk studenckich. Uważam że odseparowanie zawodowych praktyk studenckich (ciągłych i semestralnych) od planowych zajęć dydaktycznych na uczelni jest błędem. Wizyty w szkołach grupy studenckiej wraz z nauczycielem akademickim, z których zrezygnowano w ostatnich latach, lepiej przygotowywały studenta do podjęcia obowiązków nauczyciela. Uważam, że zajęcia praktyczne odbywające się w szkołach powinny łączyć wiedzę i umiejętności zdobyte podczas zajęć z psychologii, pedagogiki, dydaktyki matematyki. Powinny na stałe znaleźć się nie tylko w siatkach zajęć studentów, ale również w obciążeniach nauczycieli akademickich.

- Proponuję zmodyfikować system zatrudniania opiekunów zawodowych praktyk nauczycielskich. Nauczycielom - opiekunom praktyk zapewnić godne wynagrodzenie i rekrutować ich na zasadzie konkursu. W chwili obecnej nauczyciele - opiekunowie praktyk studenckich przydzielani są albo z przymusu dyrektora szkoły albo na drodze zobowiązań osobistych wobec uczelni czy nauczycieli akademickich. Za odpowiedzialną i trudną pracę wymagającą poświęcenia wielu godzin otrzymują żenująco niskie wynagrodzenie, które w przeliczeniu na godzinę pracy wynosi maksymalnie 4 zł brutto. Jest to stawka niedopuszczalna, w najmniejszym zakresie nie odpowiadająca ilości i jakości pracy.

### Zakończenie

„*Od przeszło dwóch tysięcy lat uważa się pewną znajomość matematyki za niezbędną część wyposażenia intelektualnego każdego człowieka wykształconego*” (R. Courant). Jej znaczenie doceniał Platon umieszczając nad wejściem do swojej akademii napis: „ΟΥΔΕΙΣ ‘Α ΓΕΟΜΕΤΡΗΤΟΣ ‘ΕΙΣΙΤΩ<sup>35</sup>”. Współczesny polski system oświatowy pod względem liczby godzin kształcenia obowiązkowego oraz obligatoryjnej matury na poziomie podstawowym **śluszenie nadaje matematyce rangę priorytetową**. Wszak, jak mawiał A. Einstein „*Matematyka to jedyna wiedza absolutna, spośród innych nauk matematyka przede wszystkim z jednego powodu cieszy się szczególnym poważaniem; jej twierdzenia są bezwzględnie pewne i niezaprzeczalne, podczas gdy twierdzenia wszystkich innych nauk są do pewnego stopnia przedmiotem sporu i wciąż narażone na obalenie*”. Rozszerzając tę wypowiedź zauważmy, że matematyka to, praktycznie jedyny nauczany w szkole, przedmiot formalny. Jedyny, który w pełni odpowiedzialny jest za transfer pomiędzy konkretnym a abstrakcyjnym sposobem myślenia i wnioskowania. Dlatego wyjątkowość edukacji matematycznej leży nie tyle w jej przydatności w rachunkach i specjalnościach technicznych, ekonomicznych, ale przede wszystkim w wyższych wartościach społecznych niezbędnych do uprawiania każdej dyscypliny nauki czy życia społecznego. Od wielu lat wiemy, że matematyka wyposaża człowieka w uniwersalne struktury poznawcze, zaprasza do wyższego poziomu rozumowania - na obiektach abstrakcyjnych, ponadmysłowych: *matematyka daje nam potężne narzędzia umysłowe badania zjawisk. Idealną siecią form liczbowych i geometrycznych obejmuje rzeczywistość, sięga do ogromów wszechświata*

---

<sup>35</sup> „*Nikt niegeometryczny tu niewchodź*” – tłumaczenie za: M. Szurek, *Opowieści matematyczne*, WSiP Warszawa 1987, s.164.

*i przenika do niedostępnych wprost dla zmysłów źródeł życia przyrody. Kieruje twórczością naszą w naukach stosowanych, które posuwają cywilizację<sup>36</sup>.*

Nauczanie matematyki za bardzo koncentruje się na dawnych technikach "przekazywania wiedzy" marginalnie traktując proces konstruktywistycznego budowania systemu wiedzy i samodzielny tok uczenia się. Spłyca rolę nauczyciela - mistrza, mentora, tutora na rzecz administratora i często zniewolonego przepisami rzemieślnika. Sądzę, że zarysowane w opinii mankamenty edukacji matematycznej w Polsce należy jak najszybciej poprawić. Nie chodzi tu jedynie o kolejne zmiany uwarunkowań prawnych, lecz przede wszystkim o koncentrację na potrzebach współczesnego nastolatka, a nie na jego rówieśniku sprzed kilkudziesięciu lat. Jako bardzo pilne widzę podjęcie działań wspierających nauczycieli matematyki na wszystkich poziomach nauczania, premiowanie i wykorzystanie potencjału nauczycieli wybitnych legitymujących się bardzo dobrymi rezultatami dydaktycznymi oraz modyfikację systemu kształcenia przyszłych nauczycieli na uczelniach wyższych.

Jeśli celem edukacji w Polsce jest wykształcenie społeczeństwa myślącego, zdolnego do samodzielnego rozumowania, rozwoju, refleksji matematyka powinna być traktowana jako międzynarodowy, uniwersalny język porozumiewania się. Matematyka stanowi bowiem narzędzie rozumowania burzące bariery temporalne i terytorialne. Rozważania na temat diagnozy problemów związanych z procesem nauczania matematyki w szkole zakończę słowami A. Hammonda: *Czy matematyka jest nam odległa, czy tylko nie umiemy nawiązać z nią łączności? Może to tylko ignorancja, którą można uleczyć, a nie trwała niemożność ogranicza dziś u szerszej publiczności zdolność do należytej oceny i rozkoszowania się matematycznymi intuicjami. Może nasza kultura dopiero zbliża się do stanu, w którym matematyka będzie mogła rozpocząć szeroką penetrację świadomości społecznej<sup>37</sup>?*

Szczecin, 3 listopada 2018

---

<sup>36</sup> S. Dickstein, *Matematyka i rzeczywistość*. Wydawnictwo Redakcji „Prac matematyczno-fizycznych“, Warszawa 1893, s.42.

<sup>37</sup> A. L. Hammond, *Matematyka – nasza niedostrzegalna kultura*, W: L. A. Steen (red.), *Matematyka współczesna. Dwanaście esejów*, WNT, Warszawa 1983, s. 28.